

**INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE CONTROLE E  
AUTOMAÇÃO**

**CARLOS EDUARDO NOGUEIRA BASTOS**

**MODELO MATEMÁTICO PARA O SEQUENCIAMENTO DE PRODUÇÃO EM  
MÁQUINAS HETEROGÊNEAS COM TEMPOS DE SETUP DEPENDENTES DA  
SEQUÊNCIA**

**SERRA  
2018**

CARLOS EDUARDO NOGUEIRA BASTOS

**MODELO MATEMÁTICO PARA O SEQUENCIAMENTO DE PRODUÇÃO EM  
MÁQUINAS HETEROGÊNEAS COM TEMPOS DE SETUP DEPENDENTES DA  
SEQUÊNCIA**

Dissertação apresentada à Coordenadoria do Curso de Mestrado Profissional em Engenharia de Controle e Automação do Instituto Federal do Espírito Santo como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Controle e Automação.

Orientador: Prof. Dr. Leandro Colombi Resendo.

SERRA

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

---

B327m Bastos, Carlos Eduardo Nogueira  
2018 Modelo matemático para o sequenciamento de produção em máquinas heterogêneas com tempos de setup dependentes da sequência / Carlos Eduardo Nogueira Bastos. - 2018.  
105 f.; il.; 30 cm

Orientador: Prof. Dr. Leandro Colombi Resendo.  
Dissertação (mestrado) - Instituto Federal do Espírito Santo, Programa de Pós-graduação em Engenharia de Controle de Automação, 2018.

1. Processos de fabricação - Automação. 2. Máquinas-ferramenta. 3. Usinagem. 4. Programação linear. I. Resendo, Leandro Colombi. II. Instituto Federal do Espírito Santo. III. Título.

CDD 621.902

**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

**CARLOS EDUARDO NOGUEIRA BASTOS**

**MODELO MATEMÁTICO PARA O SEQUENCIAMENTO DE PRODUÇÃO EM  
MÁQUINAS HETEROGÊNEAS COM TEMPOS DE SETUP DEPENDENTES DA  
SEQUÊNCIA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Controle e Automação do Instituto Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção de título de Mestre em Engenharia de Controle e Automação.

Aprovado em 01 de março de 2018

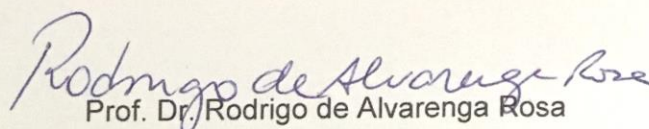
**COMISSÃO EXAMINADORA**



Prof. Dr. Leandro Colombi Resendo  
Instituto Federal do Espírito Santo  
Orientador



Prof.ª Dr.ª Karin Satie Komati  
Instituto Federal do Espírito Santo  
Membro interno



Prof. Dr. Rodrigo de Alvarenga Rosa  
Universidade Federal do Espírito Santo  
Membro externo

## **AGRADECIMENTOS**

A minha esposa Larissa que me apoiou e incentivou durante todo o período do Mestrado, e que soube ser especialmente paciente e compreensiva nos momentos em que precisei estar ausente para me dedicar aos estudos.

Ao professor e amigo Leandro Resendo pela orientação sempre precisa e objetiva, sempre com foco no resultado do trabalho, e pela paciência e confiança nos momentos críticos que passei ao longo do mestrado.

Ao professor e amigo Saul Munareto pela orientação imprescindível ao longo de todo o período do Mestrado e pelo apoio necessário especialmente no momento em que decidimos mudar o tema da dissertação.

Aos professores Rodrigo Rosa e Karin Komati por aceitarem compor banca de qualificação e avaliação desta dissertação e por toda sua contribuição com comentários detalhados com foco na qualidade do trabalho final.

Aos colegas e professores do Mestrado Profissional em Engenharia de Controle e Automação.

Aos colegas e amigos do IFES, que de diversas formas, colaboraram com esta dissertação.

Aos colegas de trabalho da ChemTrade Brasil Ltda, pelo apoio e consentimento com minha dedicação parcial para os estudos do Mestrado.

## RESUMO

Nesse trabalho foi investigado o problema do sequenciamento de produção de peças usinadas em um parque de máquinas de usinagem de barras multipropósito e heterogêneas cujo tempo de *setup* é dependente do sequenciamento da produção. O tema abordado é de significativa relevância para a indústria brasileira, em virtude do cenário econômico recente em que os fabricantes nacionais buscam intensivamente maximizar a produção e reduzir o custo operacional para se manterem competitivos contra as alternativas de importações. O problema abordado é classificado na literatura como sequenciamento de produção em máquinas paralelas não relacionadas com aplicação de quebra de lotes (*lot splitting*). Para a solução do problema foi proposto um modelo de programação linear inteira mista (MPLIM) associado a um algoritmo de dois estágios. No primeiro estágio o MPLIM foi resolvido com *CPLEX* com algumas restrições específicas de *sub-tours* relaxadas. No segundo estágio a solução obtida do MPLIM é alimentada em uma rotina configurada em *Matlab*, em que ocorre uma rotina para correção de *sub-tours* gerados no primeiro estágio. Para melhor inteligibilidade do modelo, as restrições foram escritas como sentenças lógicas. As instâncias foram resolvidas com *CPLEX*, que possui a capacidade de linearizar as restrições automaticamente. Foram resolvidas 20 instâncias com diferentes dimensões (número de máquinas vs número de produtos), diferentes composições de demanda e de capacidade de máquinas. Foi também avaliado o comportamento da solução do modelo para os casos de demandas heterogêneas, produtos de mesma família com menores tempos de *setup*, produtos com restrições de máquinas compatíveis, e restrições de quebra de lotes. O modelo proposto apresentou respostas satisfatórias para problemas de até 15 produtos e 100 máquinas, que podem ser considerados problemas grandes e representativos de processos de usinagem de barras. Adicionalmente, a caracterização das soluções obtidas neste trabalho pode ajudar no desenvolvimento de heurísticas para problemas desse tipo.

Palavras-chave: Sequenciamento. Modelo de programação linear inteira mista. Máquinas paralelas não relacionadas. Quebra de lotes. Usinagem de barras.

## ABSTRACT

The problem of production scheduling was investigated for machined parts in a park of multipurpose and heterogeneous turning machines which setup is dependent on the production schedule. This subject is greatly relevant to the Brazilian industry due to the recent economic scenario which national manufactures are intensively putting efforts on maximizing production and reducing operational costs to keep competing against the available importation processes alternatives. The problem is classified as parallel unrelated machine scheduling with job splitting property. An integer linear programming model (ILPM) within a two stage algorithm was proposed for optimizing the problem. In the first stage the ILPM is solved with some specific sub-tour restrictions relaxed. In the second stage the solution from the ILPM is fed to *Matlab*, where a routine occurs to correct the sub-tours generated from the model in the first stage. The constraints were written as logical sentences for the better intelligibility of the model. The instances have been solved with CPLEX, which already has the ability to linearize the constraints automatically. There have been solved 20 instances of different sizes (number of machines vs number of products), different compositions of demand and set of machines, products with setup time reduced per same family, products with compatibility restrictions to some machines and restrictions to lot splitting. The proposed model presented satisfactory results for problems up to 15 machines and 100 products, which may be considered huge size problems and representative to the bar machining scheduling problem. Additionally, the characterization of the solutions obtained from this work can help on developing heuristics for assessing this kind of problem.

Keywords: Production Scheduling. Integer linear programming model. Non-related parallel machines. Job splitting. Bar machining.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Peças produzidas por usinagem de barras de latão para aplicação em montagem de produtos sanitários.....	12
Figura 2 - Peças produzidas por usinagem de barras para aplicação em montagem de equipamentos hospitalares.....	12
Figura 3 - Ilustração de torno automático monofuso.....	19
Figura 4 - Carro de ferramentas com dispositivo revolver tipo estrela com 6 ferramentas.....	20
Figura 5 - Fotos e ilustração representativa de um torno multifuso (8 fusos) CNC.....	21
Figura 6 - Alimentador de barras automático para máquinas tipo multifuso (6 fusos).....	22
Figura 7 - Classificação de problemas de sequenciamento com tempo de <i>setup</i> ou custo.....	25
Figura 8 - Classificação de problemas de sequenciamento com relação à forma de processamento do produto.....	26
Figura 9 - Representação gráfica de <i>sub-tours</i> .....	45
Figura 10 - Fluxograma representativo do algoritmo proposto para aplicação do MPLIM em dois estágios.....	48
Figura 11 - Exemplo da correção de <i>sub-tour</i> conforme algoritmo proposto.....	51
Figura 12 - Distribuição do atraso relativo das máquinas para as instâncias 1 a 7.....	62
Figura 13 - Evolução do mecanismo de solução do <i>CPLEX</i> .....	64
Figura 14 - Distribuição do atraso relativo das máquinas para as instâncias 8 a 16.....	67
Figura 15 - Estratificações das demandas das instâncias 8 a 16.....	72
Figura 16 - Estratificação dos produtos entre os tipos de máquinas para as instâncias 8 a 16.....	75



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Publicações acerca de sequenciamento de produção em máquinas paralelas com dependência de <i>setup</i> .....	32
Tabela 2 - Critérios utilizados para definição das produtividades das máquinas e dos tempos de <i>setup</i> para gerar as instâncias de estudo.....	52
Tabela 3 - Instâncias geradas para validação do MPLIM.....	53
Tabela 4 - Instâncias geradas para problemas de 8 máquinas x 32 produtos para explorar o MPLIM e o algoritmo propostos.....	55
Tabela 5 - Exemplo de relatório de sequenciamento gerado com pós-processamento.....	55
Tabela 6 - Instâncias geradas para problemas de 8 máquinas x 32 produtos para explorar o MPLIM e o algoritmo propostos com condições específicas.....	57
Tabela 7 - Caracterização das soluções obtidas para as instâncias 1 a 7.....	61
Tabela 8 - Verificação da geração de sub-lotes.....	64
Tabela 9 - Resultados gerais da solução das instâncias 8 a 16.....	66
Tabela 10 - Exemplo de relatório de sequenciamento gerado com pós-processamento.....	68
Tabela 11 - Exemplo de relatório de sequenciamento gerado com pós-processamento.....	69
Tabela 12 - Exemplo de classificação das atribuições de demandas feitas pelo modelo.....	71
Tabela 13 - Estratificação dos produtos entre os tipos de máquinas para as instâncias 8 a 16.....	73
Tabela 14 - Resultados gerais da solução das instâncias 17 a 20.....	76
Tabela 15 - Comparação da resposta obtida no sequenciamento das instâncias 9 e 17.....	77
Tabela 16 - Solução obtida para a instância 18.....	79
Tabela 17 - Conjunto de incompatíveis.....	81
Tabela 18 - Solução obtida para a instância 19.....	82
Tabela 19 - Conjunto de restrições de jogos de ferramentas.....	83
Tabela 20 - Solução obtida para a instância 20.....	84

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	10
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	11
1.2	HIPÓTESES	13
1.3	OBJETIVOS	14
1.4	MOTIVAÇÃO	15
1.5	CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO	16
1.6	PUBLICAÇÕES RESULTANTES DO ESTUDO	17
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	18
2.1	MÁQUINAS DE USINAGEM DE BARRAS	18
2.2	PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO EM USINAGEM DE BARRAS	22
2.3	PROBLEMAS DE SEQUENCIAMENTO DE PRODUÇÃO	23
2.4	CLASSIFICAÇÃO DE PROBLEMAS DE SEQUENCIAMENTO	24
2.5	O PROBLEMA DE SEQUENCIAMENTO EM MÁQUINAS PARALELAS	28
2.6	TRABALHOS CORRELATOS	33
<b>3</b>	<b>METODO PROPOSTO</b>	38
3.1	CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA	38
3.2	MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA - MPLIM	40
3.3	ALGORITMO DE DOIS ESTÁGIOS PARA APLICAÇÃO DO MPLIM	47
<b>4</b>	<b>PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL</b>	51
4.1	EXPERIMENTOS PARA VERIFICAÇÃO DO MPLIM	53
4.2	EXPERIMENTOS PARA VERIFICAÇÃO DAS HIPÓTESES	54
4.3	EXPERIMENTOS PARA VERIFICAÇÕES COMPLEMENTARES	57
4.4	MÉTODO DE ANÁLISE DOS RESULTADOS	59
<b>5</b>	<b>RESULTADOS</b>	60
5.1	VALIDAÇÃO DO MPLIM	60
5.2	VALIDAÇÃO DE CENÁRIOS TÍPICOS DE USINAGEM DE BARRAS	65
5.2.1	Resultados gerais do método proposto	66
5.2.2	Verificação das hipóteses	70
5.3	EXPERIMENTOS COMPLEMENTARES	76
5.3.1	Problema com demanda não homogênea	76
5.2.4	Problema com <i>setup</i> de produtos de mesma família	78
5.2.5	Problema com incompatibilidade de produtos com máquinas	80
5.2.6	Problema com restrição de jogos de ferramenta	83

5.4	DISCUSSÕES GERAIS .....	84
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>86</b>
6.1	TRABALHOS FUTUROS .....	87
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>88</b>
	APÊNDICE A - Tabelas de parâmetros utilizados nas instâncias 1 a 7 .....	92
	APÊNDICE B - Tabelas de parâmetros utilizados nas instâncias 8 a 17 .....	95
	ANEXO A - Modelo proposto por Boctor e Renaud (2015) .....	98
	ANEXO B - Modelo proposto por Dastidar e Nagi (2005).....	103

## 1 INTRODUÇÃO

Neste trabalho é proposto um modelo de otimização para um problema comum do dia-a-dia de gestão da indústria de manufatura: o sequenciamento de produção de um parque multipropósito de máquinas heterogêneas.

O tema abordado é de significativa relevância para a indústria brasileira, em especial nos segmentos de produção mecânica e de manufatura, em virtude do cenário econômico recente em que os fabricantes nacionais competem intensivamente com as alternativas de importações, buscando maximizar a produção e reduzir o custo operacional, por meio do melhor uso dos recursos disponíveis.

Essa necessidade de otimização de recursos na indústria nacional é ainda mais justificada em virtude da defasagem tecnológica das fábricas no país, em relação a outros países. Além de questões diversas que reduzem a competitividade da indústria nacional (limitações de infraestrutura, logística, regras tributárias, custo Brasil, entre outras) é sabido que as fábricas brasileiras em geral operam com equipamento defasado. Conforme dados da Associação Brasileira de Máquinas (ABIMAQ), em 2014 o Brasil possuía um parque de máquinas com idade média de 17 anos, enquanto que Alemanha e Estados Unidos possuem máquinas com idade média de 4 e 7 anos, respectivamente (ABIMAQ, 2014).

Em 2017 na avaliação anual do Índice de Competitividade Mundial, realizada pelo *International Institute for Management Development* (IMD, Suíça) em parceria com a Fundação Dom Cabral, o Brasil ocupou apenas a 61ª posição (em uma classificação de 63 países). Esse estudo é publicado desde 1989, e nos últimos sete anos o Brasil perdeu 23 posições no ranking (FUNDAÇÃO DOM CABRAL, 2017). Esses dados mostram que apesar de já ser a 7ª economia do mundo, o Brasil tem um longo caminho a percorrer para alcançar o nível de competitividade de seus pares, o que exige da indústria nacional um esforço dedicado na busca da excelência no planejamento operacional, como forma de compensar a ineficiência das máquinas.

## 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

A indústria de manufatura vive seu 4º período tecnológico: o período da Indústria 4.0. O primeiro período ocorreu no campo da mecanização, com a 1ª Revolução Industrial; já o segundo ocorreu com a intensificação do uso da energia elétrica (reconhecido como a 2ª Revolução Industrial); enquanto o terceiro período ocorreu com a digitalização generalizada e o controle computadorizado das máquinas. Ao quarto período atribui-se a digitalização avançada dos centros de fabricação, com a combinação de tecnologias de comunicação e de gestão autônoma caracterizando as denominadas Fábricas Inteligentes (LASI et al., 2014).

Em um relatório da empresa de consultoria Capgemini (2017), é apresentada uma pesquisa realizada com executivos sênior de companhias globais de grande porte, onde foi feita uma caracterização atualizada de como o conceito de Fábrica Inteligente/Indústria 4.0 está avançando globalmente. O relatório prevê que a iniciativa global de modernização das fábricas nesse sentido deva agregar de US\$ 500 bilhões a US\$ 1,5 trilhão em investimentos nos próximos 5 anos. Como resultado é previsto que a eficiência produtiva geral das fábricas nos próximos 5 anos venha a crescer anualmente até sete vezes mais que o verificado desde 1990. Contudo, apesar do Brasil ser um país importante no cenário da indústria mundial, o relatório não registrou a presença de fábricas inteligentes no Brasil, nem a intenção/planejamento de implementação de fábricas com essas características no país em futuro próximo (CAPGEMINI, 2017).

Em países em desenvolvimento o custo para a modernização tecnológica é geralmente maior e há oferta de mão de obra mais barata. A combinação desses fatores tende a retardar o desenvolvimento tecnológico da indústria. No Brasil, as fábricas de manufatura de pequeno e médio porte em geral se encontram em estágio de investimento e modernização para o nível do terceiro estágio tecnológico (FERRARI, 2016).

As fábricas no Brasil que produzem produtos por usinagem se enquadram no conceito de fábricas de manufatura, e ao longo dos anos têm se transformado com o mesmo ritmo e características acima apresentadas.

As Figuras 1 e 2 apresentam alguns exemplos de peças fabricadas por máquinas de usinagem de barras: peças de proporções cilíndricas e com geometria controlada com alta precisão, como porcas, hastes, anéis, botões, pinos, entre outros. Os produtos são fabricados a partir de barras (vergalhões) maciças ou ocas, cilíndricas, quadradas, sextavas (perfil simétrico), de metal ferroso ou não ferroso.

As fábricas de usinagem de barras, em geral, produzem componentes que abastecem outras fábricas montadoras de produtos acabados diversos.

Figura 1 - Peças produzidas por usinagem de barras de latão, para aplicação em montagem de produtos sanitários.



Fonte: Adaptado de TN-Groups (2017).

Figura 2 - Peças produzidas por usinagem de barras para aplicação em montagem de equipamentos hospitalares.



Fonte: Adaptado de Bracalente (2017).

Em processos de produção por usinagem de barras, em geral, existe uma variedade grande produtos a ser fabricada e um quantidade significativa de máquinas / centros produtivos / recursos disponíveis para fabricar os produtos desejados. Em adicional é normalmente considerado que as máquinas disponíveis exigem tempos de preparação diferentes para cada produto (tempos de *setup*) que podem ser significativos no resultado do planejamento de produção.

Existe literatura extensiva para problemas de otimização de planejamento de produção, mas em geral, pouco se encontra na literatura especificamente em relação a otimização de processos de usinagem de barras. Como será apresentado no Capítulo 2, o problema abordado nessa dissertação apresenta as características de um problema de otimização de sequenciamento de produção em máquinas paralelas. Mais especificamente no Sub-capítulo 2.5 será então apresentado que não foram encontradas na literatura publicações para otimização de problemas de sequenciamento de produção em máquinas de usinagem de barras.

Já no Sub-capítulo 2.6 são apresentados trabalhos de Silva; Klement e Gibrau, (2016), Boctor e Renaud (2015), Dastidar e Nagi (2005), Silva e Ferreira (2004) que embora não tenham sido modelados para problemas de usinagem de barras, foram realizados para processos características próximas. Estes trabalhos serviram então de inspiração para a solução proposta nessa Dissertação de Mestrado.

Neste trabalho, para solução do problema de sequenciamento de lotes em máquinas paralelas de usinagem de barras, foi proposto um método composto por um modelo de programação linear inteira mista (MPLIM) incluído em um algoritmo de dois estágios. Os resultados do método proposto foram então avaliados em comparação aos resultados obtidos nos trabalhos correlatos investigados no Sub-capítulo 6.2, e em confirmação de hipóteses estabelecidas a partir de conhecimento tácito, adquirido em experiência prévia em fábrica de produção de componentes por usinagem de barras.

## 1.2 HIPÓTESES

Em experiência profissional prévia a esse trabalho, acompanhando atividades de gestão e planejamento de produção em uma fábrica de produção de componentes por usinagem de barras, foi observado que os gestores seguiam um raciocínio padrão para as decisões diárias relativas ao seu plano de produção. Os gestores, nesse caso, não utilizavam de método matemático/científico ou de um software de otimização para determinar a distribuição e o sequenciamento dos volumes a serem produzidos em cada máquina – o gerenciamento de distribuição e sequenciamento, nesse caso, era guiado exclusivamente por meio de premissas assumidas por conhecimento tácito adquirido com a experiência de anos de trabalho com tentativas de soluções diferentes.

Em geral, duas premissas principais eram assumidas pelos gestores dessa fábrica para a atribuição dos lotes a serem produzidos em cada máquina disponível:

(A) Lotes de produtos com pequenos volumes de produção são preferencialmente sequenciados em máquinas simples, enquanto lotes com maiores demandas são preferencialmente sequenciadas em máquinas complexas ou intermediárias.

(B) Para demandas com quantidades próximas, produtos complexos são preferencialmente sequenciados em máquinas complexas ou intermediárias, enquanto produtos do tipo simples são preferencialmente sequenciados em máquinas simples ou intermediárias;

Nesta Dissertação essas duas premissas foram assumidas como hipóteses a serem verificadas, não com o intuito de confirmação do conhecimento tácito dos gestores, mas com propósito de validação do método matemático desenvolvido para solução desse tipo de problema.

### 1.3 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é apresentar um método, composto da execução de um modelo de programação linear inteira mista (MPLIM) mais uma rotina de tratamento das soluções do modelo para eliminação de *sub-tours*, suficientemente



capaz de resolver problemas de sequenciamento de produção de fábricas de manufatura com as características de produção por usinagem de barras.

Para alcançar esse objetivo maior, três objetivos mais específicos foram assumidos nesse trabalho:

- Desenvolver um modelo de programação linear inteira mista para o sequenciamento de produção em máquinas paralelas considerando uma combinação de características menos frequentemente abordadas na literatura: máquinas não relacionadas, tempos de *setup* dependentes da sequência, quebra de lotes de produtos, e conjuntos grandes de máquinas e produtos;
- Desenvolver um algoritmo para gerar instâncias com características representativas de condições reais de uma fábrica de produção de componentes por usinagem de barras;
- Desenvolver uma abordagem em dois estágios para o MPLIM de forma aplicar o MPLIM para problemas maiores e, por meio do algoritmo proposto, corrigir no segundo estágio os problemas de *sub-tours* gerados pelas assunções do modelo no primeiro estágio;
- Demonstrar capacidade do algoritmo proposto em resolver problemas com maiores números de máquinas e produtos para sequenciamento, com condições mais próximas de casos reais;
- Confirmar as hipóteses A e B apresentadas no Subcapítulo 1.2 e assim demonstrar que o método proposto gera soluções consistentes ao esperado pelo conhecimento tácito da gestão de fabricação por usinagem de barras.

#### 1.4 MOTIVAÇÃO

A principal motivação deste trabalho é o desafio de oferecer solução prática para um problema comum do dia-a-dia da indústria brasileira. Como anteriormente abordado,

o cenário de envelhecimento dos parques de máquinas instalados no país exige cada vez mais esforços de otimização da gestão de produção.

O interesse nessa pesquisa veio de experiência própria em indústria de produção de bens acabados que possuía parque de máquinas de usinagem bastante heterogêneo, com mais de 50 máquinas de diferentes gerações (algumas com mais de 40 anos), todas sendo gerenciadas em alto ritmo de produção, porém sem o uso de um método matemático/científico ou de um *software* de otimização para determinar a distribuição e o sequenciamento dos volumes a serem produzidos em cada máquina. Os gestores gerenciavam a distribuição e sequenciamento dos lotes em cada recurso produtivo guiados por sua experiência e conhecimento dos recursos disponíveis, em geral norteando-se pelas premissas que nesse trabalho foram adotadas com hipóteses (A) e (B).

Em adicional, ao se realizar pesquisa bibliográfica acerca do tema em questão, foi observado que apesar de haver intensa literatura disponível relacionada a otimizações de diversos cenários de manufatura, não foram encontradas publicações no âmbito de cenários específicos de máquinas de usinagem de barras. Foram encontrados, porém, alguns estudos com algumas características semelhantes, os quais foram adotados como referência para elaboração do modelo proposto. Foram eles: Silva; Klement e Gibrau (2016), Silva e Ferreira (2004), Dastidar e Nagi (2005), relativos a sequenciamento de produção de máquinas de injeção de plástico, e Boctor e Renaud (2015), relativo a sequenciamento de produção de máquinas de extrusão de plástico. Mais detalhes sobre estes estudos no Subcapítulos 2.4.

## 1.5 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

Este trabalho gerou contribuições no âmbito da pesquisa científica e da indústria. É apresentado um método de otimização para um segmento específico da indústria pouco explorado pela literatura: a fabricação de produtos por processo de usinagem de barras. Os resultados do estudo confirmam que o método proposto pode ser

aplicável na indústria de manufatura para auxiliar no planejamento de produção para melhor utilização dos recursos produtivos.

Em comparação aos trabalhos encontrados na literatura para solução de problemas de sequenciamento com características próximas do problema estudado nessa dissertação, o presente estudo contribui com a apresentação de um método funcional para a solução de problemas com grandes números de máquinas e lotes de produtos, com uma tratativa específica para a correção de soluções com *sub-tours*. Os trabalhos encontrados na literatura que foram utilizados como referência no desenvolvimento do método proposto não abordam a questão de ocorrência de *sub-tours* em soluções de problemas de sequenciamento, e não detalham método ou restrições construídas para evitar soluções com essa característica.

## 1.6 PUBLICAÇÕES RESULTANTES DO ESTUDO

A partir deste estudo foram publicados os seguintes trabalhos:

BASTOS, C. E. N., Resendo, L. C. Mathematical model for scheduling in a heterogeneous set of bar turning machines with setup time depending on sequencing. INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTERS & INDUSTRIAL ENGINEERING. 47., 2017, Lisboa.

BASTOS, C. E. N., Resendo, L. C. Modelo matemático para o sequenciamento de produção em máquinas heterogêneas de usinagem de barras com tempos de setup dependentes da sequência. SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL. 49., 2017, Blumenau. **Anais...**

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é apresentada uma revisão dos conceitos de máquinas de usinagem de barras, otimização de máquina, problemas de sequenciamento de produção, e trabalhos correlatos encontrados na literatura.

### 2.1 MÁQUINAS DE USINAGEM DE BARRAS

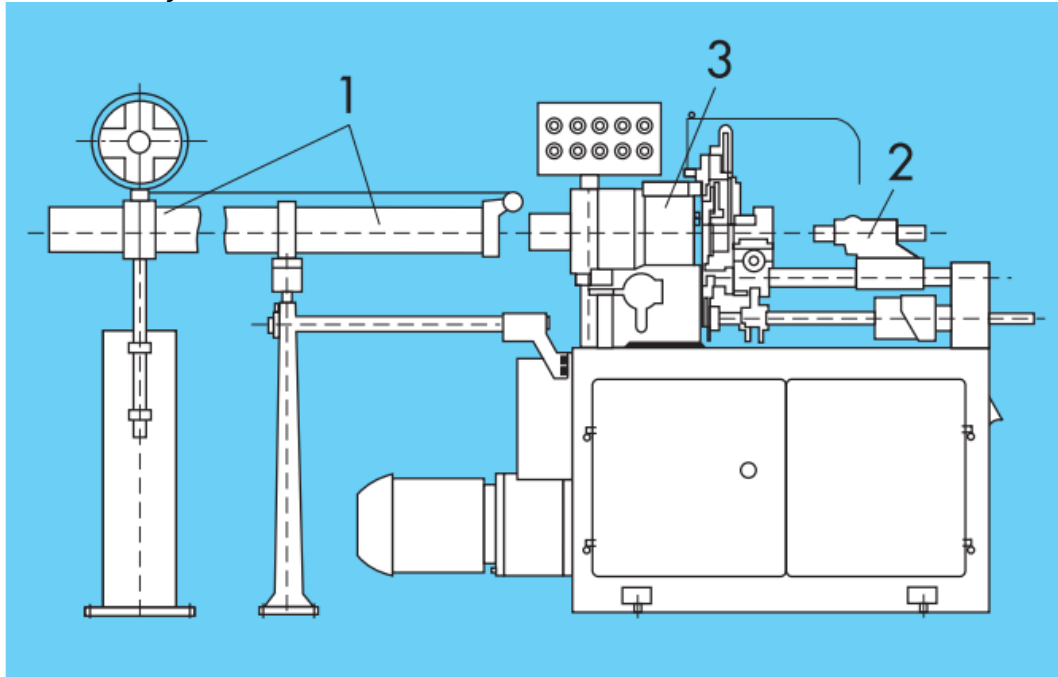
As máquinas de usinagem de barras aplicadas em produção seriada mais comuns na indústria brasileira são as classificadas como “tornos automáticos”. A nomenclatura se justifica pelo fato que todo processo de usinagem feito por meio dos deslocamentos das ferramentas é mecanizado e uma vez ajustado, o equipamento não requer intervenção humana – as ferramentas se aproximam da peça/barra sendo usinada em seu devido tempo, com velocidade de corte e avanço controlados, segundo uma sequência pré-estabelecida (CORRÊA; NAVEIRO, 2013).

Um exemplo ilustrativo de um torno automático é mostrado na Figura 3, em que se observa a composição de uma bancada, em cuja parte superior são montados um cabeçote, contendo uma árvore principal oca (podendo ser um fuso para fixação de uma barra cilíndrica ou de outro perfil simétrico, ou pinça em formato de castanha para fixação de uma peça a ser usinada), os carros transversais com porta-ferramentas e dispositivos de usinagem. Os carros transversais são dispostos ao lado de cada fuso para realizar trabalhos de formar ou copiar o diâmetro externo da peça, enquanto carros longitudinais posicionados à frente de cada fuso executam as operações de furar, rosquear, alargar, entre outras (FERRARI, 2004).

Os tornos automáticos são geralmente classificados quanto ao número de fusos, e quanto ao tipo de mecanismo de controle de movimento das ferramentas, sendo: monofusos aqueles projetados para usinar uma única barra por vez, e multifusos aqueles projetados para usinagem simultânea de múltiplas barras, sendo comuns tornos de 5, 6 e 8 fusos. Já quanto ao mecanismo de acionamento, existem aqueles

cujos movimentos das ferramentas são controlados por automatismos puramente mecânicos, denominados cames, enquanto os equipamentos mais modernos aplicam controle numérico computadorizado (CNC) para o movimento dos carros de ferramentas (SCHNEIDER, 2002).

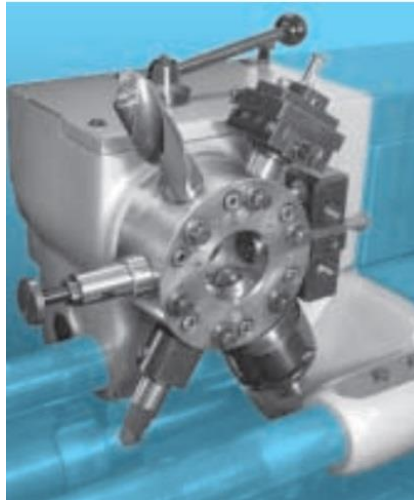
Figura 3 - Ilustração de um torno automático monofuso



OBS.: Com detalhe para o alimentador de barras automático por gravidade (1), carro com contra-ponta de furar (2) e cabeçote de fixação do fuso (3).  
 Fonte: Adaptado de Ferrari (2004).

Os tornos monofusos geralmente operam com o cabeçote imprimindo rotação ao fuso (onde se prende a barra), e dependendo da configuração (cabeçote móvel ou fixo) há o movimento do cabeçote contra os carros de ferramenta, ou dos carros de ferramenta com o cabeçote. Na Figura 4 é mostrada a imagem de um carro de ferramentas tipo revolver modelo estrela, com montagem de 6 ferramentas – após cada operação o cabeçote recua, a estrela dá um giro parcial, e uma nova ferramenta é posicionada para receber o avanço do cabeçote. Para produção de 1 peça em um torno monofuso, é necessário pelo menos 1 ferramenta para cada operação, e o tempo total de produção de 1 peça corresponde ao somatório dos tempos de execução das operações.

Figura 4 - Carro de ferramentas com dispositivo revolver tipo estrela com 6 ferramentas.



Fonte: Adaptado de Ferrari (2004).

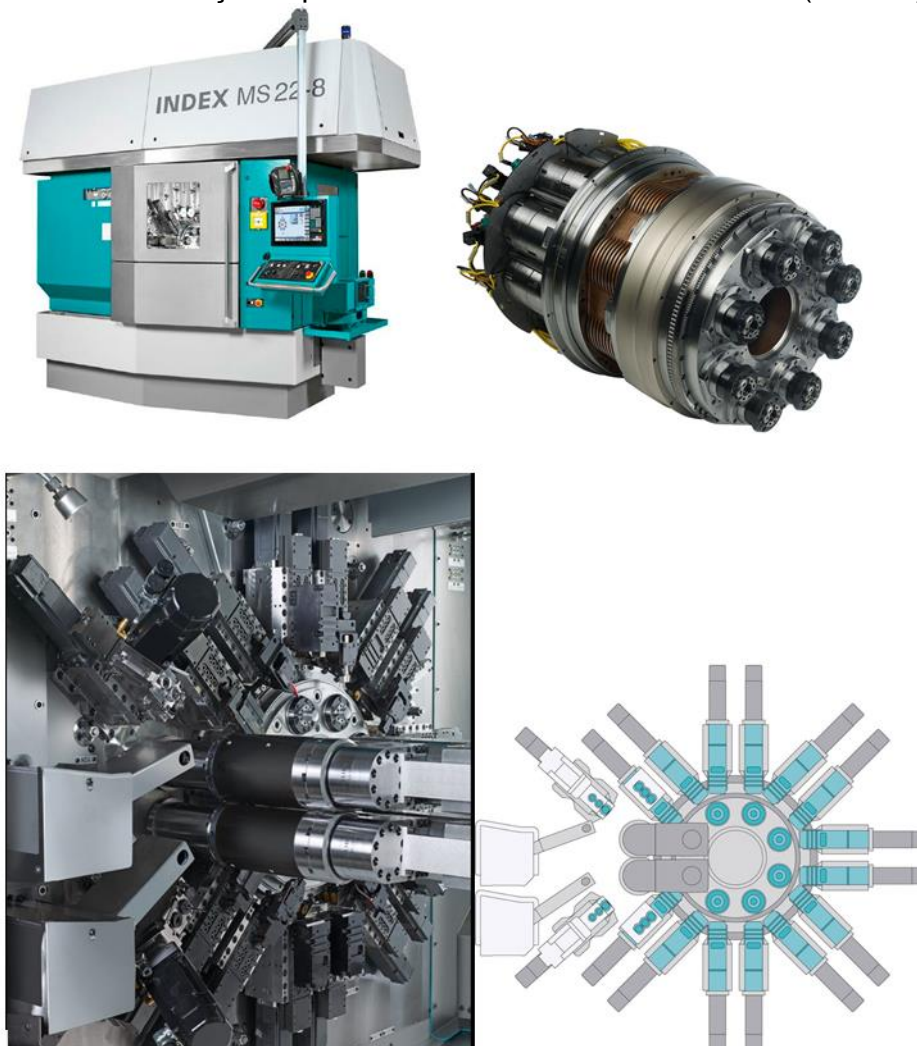
Já nos tornos multifusos, os fusos principais são montados em um tambor que se indexa a cada ciclo de trabalho. Em posição oposta ao tambor de fusos há uma mesa com carros de ferramentas, com pelo menos uma ferramenta para cada posição de fuso. Os carros de ferramentas nessa mesa avançam e executam as diferentes operações de usinagem em simultaneidade sobre as barras presas aos fusos, e quando as ferramentas recuam, o tambor de fusos dá  $1/n$  de giro (onde  $n$  é quantidade de fusos), e então o movimento das ferramentas é repetido com os fusos em novas posições. Dessa forma, para a produção de um produto em um torno multifuso, distribuem-se as operações de usinagem a serem executadas entre os fusos (pelo menos uma operação para cada fuso), procurando-se obter uma distribuição equilibrada dos tempos de trabalho em cada ferramenta, e como resultado o tempo de produção de uma peça é diminuído ao tempo de execução da operação mais lenta (HANSON, 2016).

Atualmente, os benefícios da evolução tecnológica levaram a um cenário de pluralidade de recursos de máquinas de usinagem, sendo encontradas no mercado: máquinas monofuso a came, monofuso CNC, multifuso a came, multifuso CNC, monofuso CNC integrada a centro de usinagem CNC, entre outros. As máquinas CNC têm, em geral, muitas vantagens como a execução de *setups* muito mais rápidos em comparação aos modelos a cames, e a integração com recursos que agregam possibilidade de operação com maiores velocidades de rotação, obtendo-

se menores tempos de ciclo, maior rendimento das ferramentas de corte e melhor resultado em termos de acabamento superficial (SCHNEIDER, 2002).

Na Figura 5 são apresentadas fotos de um torno multifuso comercial de 8 fusos tipo CNC, com detalhe para o tambor de fixação dos 8 fusos, e para o cabeçote de ferramentas com dois carros de ferramentas montados para cada fuso.

Figura 5 - Fotos e ilustração representativa de um torno multifuso (8 fusos) CNC.



Fonte: Adaptado de Index-Traub (2017).

Para maior autonomia, os tornos normalmente ainda dispõem de um conjunto alimentador de barras, que posiciona o vergalhão no fuso principal de forma automática, eliminando a necessidade de reabastecimento manual a cada barra

terminada. Os alimentadores são equipamentos independentes das máquinas, que são projetados e integrados às máquinas conforme o interesse e estratégia de gestão de abastecimento dos centros produtivos. Na Figura 6 são apresentadas fotos de um alimentador de barras automático para máquinas de usinagem de barras tipo multifuso de 6 fusos.

Figura 6 - Alimentador de barras automático para máquinas tipo multifuso (6 fusos)



Fonte: Adaptado de Cucchi Giovanni (2017).

Em geral, máquinas de usinagem tipo multifuso operam com alta produtividade, e exigem mais frequente reposição de barras, sendo normalmente inviável sua operação sem a instalação integrada de um alimentador de barras automático.

## 2.2 PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO EM USINAGEM DE BARRAS

Na gestão de uma fábrica de produtos usinados, há uma variedade significativa de fatores a serem considerados e reavaliados periodicamente para se alcançar excelência operacional e redução de custos. De maneira geral, esses fatores podem ser avaliados em duas esferas de estudo: a otimização da máquina, e a otimização do planejamento de produção.



Na otimização de máquina, busca-se melhorar o processo de usinagem de cada máquina individualmente em relação ao método de produção de cada produto – são estudadas maneiras distintas de cada máquina produzir um produto específico. Para a produção de um produto é necessário preparar a máquina com um conjunto específico de ferramentas designadas para executar operações específicas, que precisam ser sequenciadas, e parametrizadas em códigos/receitas de produção. Em geral, dependendo da complexidade do produto a ser fabricado, muitas podem ser as possibilidades de receitas de usinagem.

Estudos de otimização nessa etapa de definição das receitas de produção de cada produto em cada máquina são essenciais para um bom desempenho de máquina, e para um resultado de boa produtividade em geral. Exemplos de publicações nesse tema são: otimização dos parâmetros de corte para melhor produtividade e desempenho de ferramentas (CHANDRASHEKER; MANDA; KUMAR, 2017), (SARDIÑAS; SANTANA; BRINDIS, 2006); usinagem a seco (CAMPATELLI; LORENZINI; SCIPPA, 2014), (MOHAMMAD; IBRAHIM, 2017); sequenciamento das operações da receita de usinagem de um produto em máquinas multi-fusos (DOLGUI; GUSCHINSKY; LEVIN, 2009), (GUSCHINSKAYA et al., 2007), (DOLGUI et al., 2006); escolha da melhor ferramenta para cada operação de usinagem (AYAG, 2007).

Esses estudos, porém, fogem do escopo dessa dissertação, que se concentra na segunda esfera de otimização, que considera que o processo de produção de cada produto em cada máquina já fora otimizado, restando determinar o melhor sequenciamento de produção, considerando as diferentes possibilidades de máquinas multipropósito.

### 2.3 PROBLEMAS DE SEQUENCIAMENTO DE PRODUÇÃO

Uma vez que se tenha previamente realizado a otimização de cada receita de usinagem de cada produto em duas ou mais máquinas, busca-se a otimização do programa de produção. O programa de produção compõe-se de uma lista de

produtos com as quantidades de cada produto a serem entregues ao cliente em cada dia, cada semana, mês ou ano.

Adotam-se como conhecidos o parque de máquinas, a produção horária de cada peça em cada máquina, e o tempo de *setup* de cada peça em cada equipamento, e então o trabalho de otimização pode ser generalizado em três etapas: o dimensionamento dos lotes a serem produzidos, considerando o estoque disponível e as solicitações dos clientes (*lotsizing*); o sequenciamento dos lotes em cada máquina/centro produtivo (*scheduling*); e o roteamento/agendamento dos recursos auxiliares que se apresentem como restrições ao planejamento, como por exemplo ferramentas de corte, alimentadores automáticos, recursos de transportes, mão-de-obra especializada para preparação de máquina/*setup*, entre outros (*resource scheduling*).

No Subcapítulo 2.1 são apresentados alguns estudos relevantes encontrados na pesquisa bibliográfica de problemas de otimização de sequenciamento de produção. Nos Subcapítulos 2.2 e 2.3 é contextualizado o problema de sequenciamento de produção em máquinas de usinagem de barras, considerando as classificações e estudos de problemas com características similares encontrados na literatura.

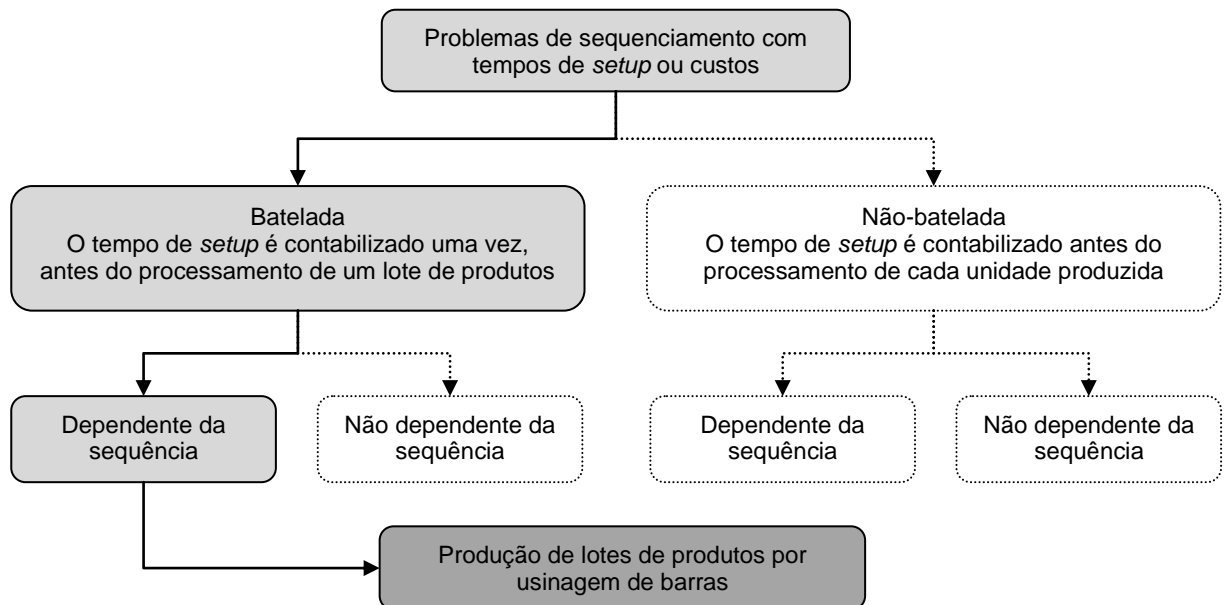
## 2.4 CLASSIFICAÇÃO DE PROBLEMAS DE SEQUENCIAMENTO

Uma revisão bibliográfica geral encontrada acerca de problemas de sequenciamento de produção, sob a consideração do efeito de tempos de *setup* ou custos pode ser verificada em Allahverdi et al. (2008) – o estudo fora apresentado pelos autores como complementação de outro realizado previamente com o mesmo propósito Allahverdi; Gupta e Aldowaisan (1999). Ambos os estudos somam uma revisão extensiva relacionando mais de 500 trabalhos publicados desde a década de 1960. Em trabalho mais recente, Allahverdi (2016), é apresentada uma revisão dos problemas de sequenciamento sem tempo de espera entre as operações. Nessa última revisão os conceitos de classificação utilizados nos trabalhos anteriores foram reafirmados.

Na Figura 7 é ilustrada a classificação de problemas de sequenciamento adaptada de Allahverdi et al. (2008), destacando-se a classificação do caso de produção de lotes de produtos por usinagem de barras.

A produção por usinagem de barras é classificada como produção por batelada, pois normalmente considera-se como tempo de *setup* o tempo de preparação da máquina entre duas bateladas consecutivas de dois produtos diferentes. Adicionalmente, esse tempo de preparação de máquina em geral depende das semelhanças entre os produtos a serem produzidos em lotes consecutivos nas máquinas – produtos semelhantes podem repetir ferramentas de corte e então diminuir o tempo de *setup* (mais detalhes no Subcapítulo 3.1).

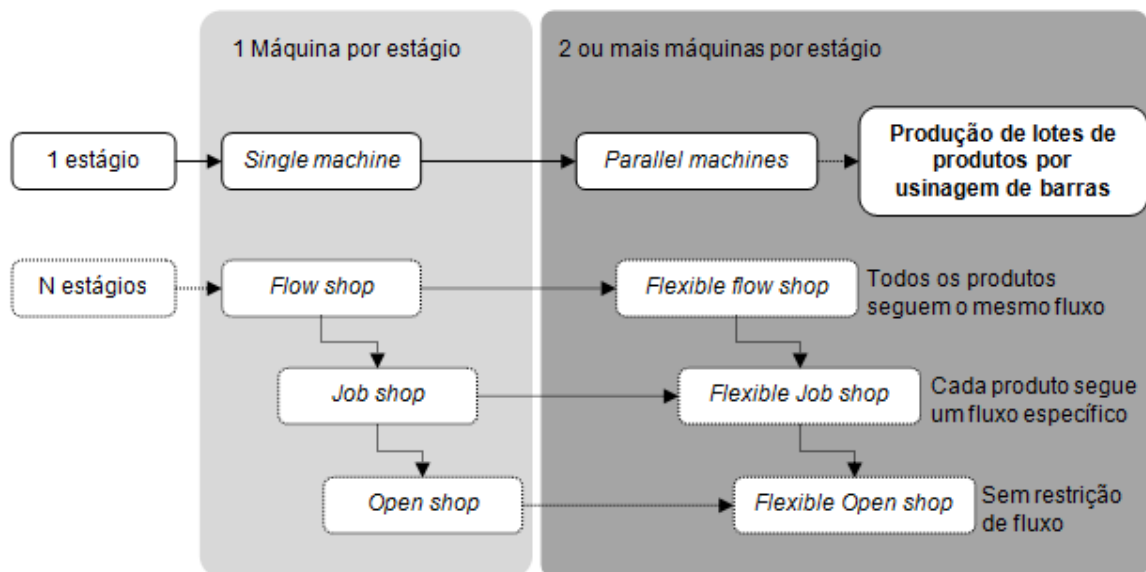
Figura 7 - Classificação de problemas de sequenciamento com tempo de *setup* ou custo



Fonte: Traduzido e adaptado de Allahverdi et al. (2008).

Ainda conforme apresentado por Allahverdi et al. (2008), os problemas de sequenciamento de produção são classificados quanto ao número de estágios, quanto ao número de máquinas/recursos disponíveis por estágio, e quanto a fluxo de processamento. A Figura 8 apresenta as 8 classificações genéricas mais abordadas na literatura.

Figura 8 - Classificação de problemas de sequenciamento com relação à forma de processamento do produto



Obs.: Conforme Allahverdi et al. (2008).

Fonte: Próprio Autor

O termo “número de estágios” remete ao número de operações que um produto/serviço precisa sofrer para sua produção ser considerada completa. Quando um produto/serviço é produzido em dois ou mais estágios de processamento, cada estágio é realizado em um centro produtivo/máquina. O processo de produção por usinagem de barras pode, em geral, ser considerado um processo monoestágio, uma vez que se procura ter cada produto fabricado por completo em uma única máquina, sem a necessidade de se realizar operações secundárias nos produtos em outras máquinas. O processo pode ser considerado múltiplos estágios se para a fabricação de um produto, devem ser realizadas operações em múltiplas máquinas.

A classificação *single machine* se aplica ao caso mais genérico de sequenciamento de produção: sequenciamento de  $n$  produtos/serviços em um único recurso produtivo. Koulamas (2010) apresenta uma revisão bibliográfica de problemas otimização de sequenciamento em máquina única para minimização do atraso no atendimento a programação (*total tardiness*).

Já o caso *parallel machines* corresponde à derivação do primeiro caso em que se consideram  $m$  máquinas/recursos produtivos disponíveis para executar a produção

do  $n$  produtos/serviços. Nesse caso se enquadra o problema do sequenciamento de produção em máquinas de usinagem de barras. Mais detalhes sobre esse caso são apresentados no Subcapítulo 2.3.

Os três casos principais dos problemas de serviços/produtos de execução em  $N$  estágios distinguem-se entre si pelo fluxo de processamento das operações em cada estágio. No caso *flow shop* há  $m$  máquinas dispostas em série, cada máquina representando um estágio, e todos os produtos passam por todas as máquinas seguindo sempre a mesma ordem de execução. O subcaso *flexible flow shop* ocorre quando, em um ou mais estágios há duas ou mais máquinas/recursos em paralelo que podem executar a referida operação – ainda assim todos os produtos/serviços são executados conforme à sequência obrigatória de estágios. Revisões bibliográficas acerca de problemas *flow shop* são apresentadas por Sun *et al.* (2011), e acerca de derivações de *flexible flow shop* são apresentadas por Rossit, Tohmé e Frutos (2017) e por Yenisey e Yagmahan (2014).

O caso *job shop* ocorre quando cada produto/serviço possui um fluxo específico de operações a serem executadas em máquinas específicas – os produtos são processados em múltiplos estágios, mas não necessariamente na mesma sequência de máquinas/recursos. A ordem de processamento dos estágios continua sendo mandatória: todo o lote de um produto  $i$  passa por todos os estágios sequenciados para  $i$ , enquanto todo o lote de um produto  $j$  passa por todos os estágios sequenciados para  $j$ , podendo o sequenciamento de estágios para  $i$  ser diferente do sequenciamento para  $j$ . O caso *job shop* pode ser interpretado como uma derivação do caso *flow shop* sob a consideração que os serviços/produtos tem estágios diferentes. A derivação *flexible job shop* ocorre quando em um ou mais estágios há duas ou mais máquinas/recursos em paralelo que podem executar a referida operação. Revisões bibliográficas sobre *job shop* podem ser encontradas em: Zhang *et al.* (2017), Mallikarjuna; Venkatesh e Somanath (2014), Chaudhry e Khan (2016) e Abdullah e Nezhad (2014).

Por fim, o caso *open shop*, corresponde à derivação do caso *job shop* com a consideração de que não importa a ordem de execução das operações dos diferentes estágios para cada produto (todas as operações são realizadas, mas ocorrendo em qualquer ordem), ocorrendo ainda o subcaso *flexible open shop* nas

situações de disponibilidade de múltiplas máquinas em paralelo pra cada estágio. Uma revisão bibliográfica sobre *open shop* é apresentada por Anand e Panneerselvam (2015).

## 2.5 O PROBLEMA DE SEQUENCIAMENTO EM MÁQUINAS PARALELAS

Uma revisão bibliográfica encontrada para os problemas de sequenciamento de máquinas paralelas é apresentada por Allahverdi et al. (2008). Os autores classificaram os problemas abordados em trabalhos publicados de 1996 a 2006 conforme às definições apresentadas na Figura 7. Sete trabalhos foram classificados como problemas de sequenciamento de lotes com custos ou tempos de *setup* dependentes da sequência (mesma classificação genérica do problema de sequenciamento de usinagem de barras): Akkiraju et al. (2001), Jeong; Kim e Lee (2001), Eom et al. (2002), Chen e Powell (2003), Kim et al. (2002), Kim, Na e Chen (2003), Yalaoui e Chu (2003).

Dentre os trabalhos acima listados os três últimos apresentaram modelo de solução do problema de sequenciamento de lotes em máquinas paralelas com aplicação de técnica de subdivisão de lotes (*job splitting*). Xing e Zhang (2000) definem *job splitting* como sendo a divisão arbitrária da demanda total de um dado produto em um planejamento de produção em lotes menores para processamento em máquinas disponíveis em paralelo, com propósito de balancear a carga de trabalho das máquinas e reduzir o tempo de entrega dos lotes. Essa característica é bastante comum em cenários de máquinas de usinagem de barras – em geral as máquinas são multi-propósito e pode-se assumir que quase todos os produtos são fabricáveis em quase todas as máquinas, de forma que os lotes de produtos planejados para a fabricação em um dado período podem ser subdivididos em lotes menores para produção em paralelo em máquinas diferentes.

Não foram encontrados na literatura trabalhos recentes de revisão bibliográfica acerca de problemas de sequenciamento em máquinas paralelas com quebra de lotes (*parallel machine scheduling with job splitting*). Com essas características

foram encontrados os trabalhos de Shim e Kim (2008), Kim et al. (2004), Yalaoui e Chu (2003), Xing e Zhang (2000), cujas formas de abordagem do problema de sequenciamento, e modelos heurísticos empregados podem ser adaptados para o caso de sequenciamento de lotes em máquinas de usinagem de barras.

No planejamento de produção, é comum que em um passo anterior ao problema de sequenciamento seja feita a definição dos tamanhos de lotes a serem produzidos em cada período para atender às demandas dos clientes. Essa definição considera em geral a demanda do cliente, a capacidade de produção dos recursos disponíveis, o retorno financeiro da fabricação e entrega de cada item (descontados os custos de produção), a quantidade disponível em estoque no início do período e o custo de manutenção de cada item em estoque. Um problema da consideração em separado no planejamento da produção dos tamanhos e datas dos lotes e do sequenciamento reside no fato de que normalmente a ordem de execução dos lotes afeta o tempo e o custo de produção. Dessa forma, o planejamento ideal faz a otimização da definição dos tamanhos e datas dos lotes em simultaneidade com a definição do sequenciamento desses lotes nos recursos produtivos – esse tipo de problema de planejamento é conhecido na literatura como *simultaneous lotsizing and scheduling problem* (SLSP) (COPIL et al., 2017).

Copil et al. (2017) apresentam uma revisão bibliográfica recente de mais de 160 publicações sobre SLSP, com as principais classificações e derivações dos problemas mais comuns estudados.

Ressalta-se aqui uma diferença importante entre os conceitos *lotsizing* e *job splitting*. Enquanto *lotsizing* aplica-se à determinação dos lotes que devem ser produzidos/entregues em cada período em um horizonte no tempo (dias, semanas, meses, entre outros), *job splitting* refere-se a, dado a um lote que fora definido pra ser produzido em um período, o lote pode ser quebrado em dois ou mais lotes menores pra processamento em dois ou mais recursos disponíveis em paralelo.

No contexto de SLSP em máquinas paralelas, os trabalhos de Silva, Klement e Gibrau (2016), de Dastidar e Nagi (2005) e de Silva e Ferreira (2004), abordaram o problema de sequenciamento de produção de lotes em máquinas de injeção de plástico, enquanto Boctor e Renaud (2015) estudaram o sequenciamento em

máquinas extrusoras de plástico. Os dois problemas estudados por estes autores tem características comuns com o problema de sequenciamento em máquinas de usinagem de barras, e serviram de inspiração para esse trabalho. Mais detalhes sobre tais trabalhos são apresentados no Subcapítulo 2.4.

Na Tabela 1 são relacionados os trabalhos da literatura relativos a sequenciamento de lotes em máquinas paralelas com o sequenciamento sendo afetado pelo *setup*, que foram considerados mais relevantes e contextualizados com esse trabalho de dissertação. As siglas utilizadas nas colunas da tabela seguem abaixo explicadas:

Tipos de máquinas:

NR = Máquinas não relacionadas = máquinas cujas produtividades são diferentes para os mesmos produtos, não havendo uma relação matemática de proporção;

ID = Máquinas idênticas;

Função objetivo:

TT = *total tardiness* = somatório do tempo de atraso de cada lote em relação a uma agenda de entregas/planejamento;

TE = *total earliness* = somatório do tempo de antecipação de cada lote em relação a uma agenda de entregas/planejamento;

TST = *total setup time* = somatório dos tempos de *setup*;

TWT = *weighted total tardiness* = somatório ponderado do tempo de atraso cada lote em relação a uma agenda de entregas/planejamento;

TWC = *weighted total completion time* = somatório ponderado do tempo de execução de cada lote (incluindo *setup*);

MO = *multiobjective cost function* = função de custo multiobjetiva;

NWT = *weighted number of tardy jobs* = número ponderado de lotes atrasados em relação a uma agenda de entregas/planejamento;



MS = *makespan* = tempo de conclusão do lote mais lento (lote que é concluído por último em um conjunto de lotes programados para produção);

#### Setup:

DL = tempo de *setup* depende exclusivamente do lote a ser produzido (não depende do lote anterior);

DS = tempo de *setup* depende da sequência, porém não depende das máquinas (a duração do *setup* depende do produto antecessor e do produto atual, mas é o mesmo para cada combinação de par de produtos em todas as máquinas – mais comum em casos de máquinas idênticas);

DSF = tempo de *setup* depende da sequência, porém não depende da máquina, e com tempo reduzido ou zero para lotes de mesma família;

DSM = tempo de *setup* depende da sequência e da máquina – para cada máquina a um tempo de *setup* específico para cada arranjo de pares de lotes antecessor e atual;

#### Estratégia de Lote:

US = *unrestricted scheduling* = os lotes são sequenciados para atender a função objetivo, sem redimensionamento ou subdivisão em lotes menores, e sem agrupamento por famílias;

BS = *batch scheduling* = sequenciamento sob a consideração de agrupamento de lotes por famílias ou por tempos de processamento, para reduzir os tempos de *setup*;

JS = *job splitting* = sequenciamento com quebra dos lotes de demanda em lotes menores pra processamento simultâneo em recursos disponíveis em paralelo;

LS = *lotsizing* = sequenciamento conforme definição dos tamanhos dos lotes para execução em cada período, conforme as restrições de estoque e as penalidades ou custos de atraso de cada produto;

Tabela 1 - Publicações acerca de sequenciamento de produção em máquinas paralelas com dependência de *setup*

Autor(es)	Tipos de máquinas	Função objetivo	Setup	Estratégia de lote	Método e mais detalhes
(SILVA; KLEMENT; GIBRAU, 2016)	NR	TT	DS M	LS	Heurística de algoritmo em lista, e algoritmo heurístico de 2 etapas, sendo a primeira para sequenciar os recursos com as máquinas, e a segunda pra sequenciar os lotes. Considera a etapa <i>lotsizing</i> previamente realizada.
(BOCTOR; RENAUD, 2015)	NR	TT	DS	LS	Heurísticas de construção e de pesquisa de vizinhança
(SHIM; KIM, 2008)	ID	TT	DS	JS	Algoritmo <i>Branch-and-bound</i> .
(DASTIDAR; NAGI, 2005)	NR	MO	DS M	LS	Algoritmo de 2 etapas com estratégia de agrupamento para gerar subproblemas na primeira etapa, seguido da solução dos subproblemas com modelo de programação linear inteira mista.
(KIM et al., 2004)	ID	TT	DL	JS	Algoritmo heurístico de 2 etapas
(YALAOUI; CHU, 2003)	ID	MS	DS	JS	Heurística baseada em redução do problema do Caixeiro Viajante.
(CHEN; POWELL, 2003)	ID	TW C NW T	DL DS	US	Algoritmo <i>Branch-and-bound</i> Adota estratégia de otimização de redes
(KIM; NA; CHEN, 2003)	NR	TW T	DS F	BS	Heurísticas construtivas e <i>Simulated Annealing</i> .
(EOM et al., 2002)	ID	TW T	DS F	BS	Heurísticas de três etapas com aplicação de <i>Tabu Search</i> Agrupamento de lotes de produtos com a mesma data de entrega aplicando método de custo aparente de atraso com <i>setup</i> .
(AKKIRAJU et al., 2001)	NR	TT TE TST	DS	US	Abordagem heurística denominada Arquitetura de Equipe Assíncrona para Construir Conjunto de Pareto. Restrições de máquina, preferências por tamanhos de lotes, custos de atribuição por produtos.
(JEONG; KIM; LEE, 2001)	NR	TFT	DS	US	Heurísticas construtivas Problema multi-estágio abordado com a otimização independente em máquinas paralelas por estágio.
(XING; ZHANG, 2000)	ID	MS	DS	JS	Heurística utilizando estimativa do tempo máximo de cumprimento do programa de produção e a agenda de sequenciamento. Considera a subdivisão de lotes em no máximo 2 sublotes

Fonte: Próprio Autor

## 2.6 TRABALHOS CORRELATOS

No esforço de pesquisa de literatura realizado não foram encontrados trabalhos de sequenciamento de produção em máquinas de usinagem de barras. Os trabalhos encontrados com características de modelagens de maior proximidade foram os estudos desenvolvidos por Boctor e Renaud (2015) para máquinas de extrusão de plástico, e por Dastidar e Nagi (2005) e por Silva, Klement e Gibrau (2016) para máquinas de injeção de plástico.

Mais detalhes sobre estes trabalhos são apresentados a seguir - sendo ressaltadas as diferenças dos problemas estudados pelos autores, em relação ao problema de usinagem de barras tema dessa dissertação.

### Trabalho correlato 1 - Processo de extrusão de plástico

Boctor e Renaud (2015) apresentaram um estudo aplicado para o sequenciamento de produção de 25 lotes de péletes plásticos, sendo consideradas 12 máquinas extrusoras multipropósito, com alguns dos lotes utilizando moldes de extrusão em comum, havendo somente 1 molde de extrusão de cada tipo. Foram considerados todos os produtos podendo ser fabricados em algumas máquinas, porém não em todas as máquinas, de forma a haver tanto uma restrição de disponibilidade de máquinas, quanto de moldes de extrusão para serem agendados em simultaneidade. Alguns produtos utilizam o mesmo molde de extrusão, mas são diferentes em coloração ou material, e quando sequenciados em série na mesma máquina exigem um *setup* menor. As velocidades de produção de cada produto variam de máquina para máquina.

Algumas considerações específicas adotadas diferem o problema estudado pelos autores do caso abordado nessa dissertação:

- O problema foi resolvido considerando uma penalidade pré-definida para o atraso no atendimento à programação de entrega, sendo a função objetivo minimizar o atraso total ponderado (*total weighted tardiness*);

- O problema considera o sequenciamento dos serviços nas máquinas no tempo, sendo o tempo de execução dividido em períodos (turnos ou dias de trabalho) em que os lotes são agendados para produção em períodos anteriores ou posteriores à programação original de entrega, gerando um custo de atraso quando programados à posteriori;
- O tempo de *setup* foi adotado como uma combinação somatória de duas etapas: a limpeza da rosca de extrusão e troca de molde de extrusão, sendo possíveis as combinações: *setup* com limpeza da rosca de extrusão e troca de molde, e *setup* com somente a limpeza da rosca de extrusão. O tempo de troca de molde foi considerado constante para todas as máquinas e independente do produto. Já o tempos de limpeza de material da rosca de extrusão foi considerado constante para todas as máquinas mas dependente do par  $ij$  ( $i$  = produto predecessor e  $j$  = produto sucessor);
- O tempo de *setup* é considerado simétrico, ou seja, o tempo de preparo da máquina para passar da produção de um produto  $i$  para outro  $j$  é o mesmo que para passar do produto  $j$  para o produto  $i$ ;
- Não há quebra de lotes: cada lote é produzido em apenas uma máquina, e em um único período no tempo – assume que nos dados de entrada todos os lotes são dimensionados para a capacidade de produção em um período da máquina mais lenta atribuível para cada produto;
- Considera que ao término de cada período as máquinas são limpas e que o tempo de limpeza ao final do período não impacta o plano de produção. Como resultado considera que no início de cada período as máquinas estão disponíveis, com a rosca de extrusão limpa, e sem molde, sendo necessário um tempo de *setup* menor (*setup* de máquina limpa) como dado de entrada do problema;
- Considera a possibilidade de coextrusão: duas máquinas sendo atribuídas para produção de um mesmo produto através da combinação da extrusão de matérias primas distintas;

O modelo matemático proposto por Boctor e Renaud (2015) é apresentado no Anexo A. Com o modelo de programação inteira mista proposto os autores foram capazes de resolver apenas problemas com máximo de 10 lotes de produtos e 5 máquinas. Para resolver problemas com instâncias maiores de até 25 lotes de produtos os autores propuseram aplicação de diversas heurísticas construtivas e de pesquisa de vizinhança. Os autores, porém, não publicaram os resultados comparativos das performance das diferentes heurísticas utilizadas.

### Trabalho correlato 2 - Processo de injeção de plásticos

Dastidar e Nagi (2005) apresentaram um estudo aplicado para o sequenciamento da produção de 175 itens plásticos fabricados em processo de injeção, em uma fábrica de produtos de segmento *healthcare*, considerando 43 máquinas injetoras multipropósito. Existem algumas similaridades com o problema das extrusoras de plástico, apresentado anteriormente: nem todos os produtos podem ser fabricados em todas as máquinas - há incompatibilidade de alguns moldes de injeção com algumas máquinas; e alguns produtos são iguais em geometria, mas diferentes em coloração, e quando sequenciados em série exigem um *setup* menor: substituição apenas do material na rosca e bicos de injeção pelo material de cor diferente, não sendo necessária a troca de molde.

Algumas considerações específicas adotadas diferem o problema estudado pelos autores do caso abordado nessa dissertação:

- O problema foi resolvido pelos autores considerando uma penalidade pré-definida para o atraso no atendimento à programação de entrega, mais uma penalidade por manter produtos em estoque, mais um custo específico pela execução de *setups*;
- O problema considera o sequenciamento dos serviços nas máquinas no tempo, sendo o tempo de execução dividido em períodos (turnos ou dias de trabalho) em que os lotes são agendados para produção em períodos anteriores ou posteriores à programação original de entrega, gerando um custo de atraso quando programados à posteriori;

- O tempo de *setup* foi adotado como uma combinação somatória de duas etapas: a limpeza da rosca de injeção e troca de molde de injeção, sendo possíveis as combinações: *setup* com limpeza da rosca de injeção e troca de molde, *setup* com somente a limpeza da rosca de injeção, e *setup* com somente a troca do molde de injeção. É considerado ainda que o tempo de *setup* é sempre menor que o tempo de um período.
- O modelo permite a quebra de lotes para distribuição entre máquinas diferentes, porém a função objetivo foi considerada para minimização de *setups*, o que causa um efeito de redução da quebra de lotes na solução obtida;

Dastidar e Nagi (2005) apresentaram soluções para o problema com duas estratégias, sendo primeiro proposto um modelo de programação linear inteira mista, que foi executado em *software CPLEX 7.1* para três grupos de instâncias de problemas: “pequenas” com até 10 lotes de produtos e até 30 máquinas; “médias” com até 25 lotes de produtos e até 42 máquinas; e “grandes” com até 51 lotes de produtos e até 45 máquinas. Como resultado da primeira abordagem os autores observaram bons resultados obtendo solução inteira ótima para os problemas pequenos e médios, no segundo caso com tempos de solução de até 44 min. Já para problemas grandes não foi obtida solução inteira com o *software* utilizado dentro de um tempo limite estipulado em 2 horas.

Como segunda estratégia, os autores propuseram uma abordagem em duas etapas, com um algoritmo de decomposição do problema original, considerando na primeira fase o agrupamento prévio dos lotes restritos a máquinas críticas, separando-os de lotes de produtos fabricáveis em mais máquinas, ou com menor restrição de recursos. Já na segunda fase, após o agrupamento, o problema foi então dividido em subproblemas menores, que foram resolvidos com solver GLPK 4.0 obtendo-se resultados satisfatórios com para problemas grandes com tempos de processamento de até 22 min.

Uma cópia adaptada da modelagem proposta por Dastidar e Nagi (2005) é apresentada no Anexo B

Outros dois estudos sobre o sequenciamento de máquinas de injeção de plástico foram os apresentados por Silva, Klement e Gibrau (2016) e por Silva e Ferreira (2004). No primeiro estudo (2004), os autores apresentaram uma ferramenta desenvolvida para o usuário final (uma fábrica de produção de produtos plásticos de pequenas dimensões por injeção para atendimento à clientes de manufatura do setor de eletro/eletrônicos), com aplicação de um algoritmo heurístico para roteamento dos moldes de injeção nas máquinas, seguido de sequenciamento dos lotes de produção.

Silva e Ferreira (2004) ainda abordaram o desenvolvimento da interface para o usuário final, e os ganhos obtidos com a aplicação da ferramenta de otimização desenvolvida. Já no segundo estudo, Silva, Klement e Gibrau (2016) abordaram o mesmo estudo de caso (de 2004), porém com aplicação de um algoritmo em lista com hibridização com meta-heurística baseada em solução única, obtendo melhora de até 25% na redução do atraso no abastecimento dos clientes. Os autores não apresentaram modelo de programação linear para solução do problema.

### 3 METODO PROPOSTO

Neste capítulo são apresentadas a caracterização do problema de sequenciamento de lotes de produção em máquinas paralelas de usinagem e barras, e as duas abordagens que foram realizadas para resolver o problema de sequenciamento de produção em máquinas de usinagem de barras.

#### 3.1 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

O trabalho foi desenvolvido tomando-se como estudo de caso uma fábrica com parque de máquinas de usinagem de barras de diferentes gerações, com características construtivas diferentes, e capacidades produtivas distintas, porém capazes de produzir os mesmos produtos, de forma a exigir dos gestores um planejamento otimizado de distribuição e sequenciamento da demanda de produção considerando-se os centros produtivos disponíveis.

Como detalhado no Sub-capítulo 2.1, as máquinas de usinagem de barras são classificadas pelo número de fusos que permitem usinar barras em simultaneidade. Uma máquina do modelo mais simples, de um fuso (ou monofuso), executa operações de usinagem em uma única barra de vergalhão por vez. Já uma máquina multifuso, processa múltiplas barras em simultaneidade, reduzindo o tempo de ciclo de produção de cada produto. Por outro lado, a complexidade do *setup* em máquinas multifusos é naturalmente maior, sendo necessário maior tempo para o ajuste das ferramentas na máquina resultando em maior tempo de máquina parada.

Algumas características específicas do problema em questão são:

- Existe uma variedade grande produtos a ser agendada para produção em cada recurso produtivo;
- As operações de cada produto são todas realizadas em um único estágio: o produto produzido a partir das barras de vergalhão é considerado pronto



(para o problema de sequenciamento) após as operações que sofre em uma única máquina – não é necessário alimentar o produto em uma segunda máquina (segundo estágio), para completar operações.

- Existem múltiplas máquinas com características diferentes que podem produzir o mesmo produto com produtividades diferentes, e com tempos de preparação de máquina (*setup*) diferentes. A produtividade varia de máquina para máquina, podendo uma máquina ser significativamente mais veloz que outra na fabricação e um mesmo produto.
- O tempo de *setup* de máquina depende muito da sequência das peças e das características construtivas da máquina, e não necessariamente é simétrico (seja  $S[i][j][k]$  o tempo de setup da máquina  $k$  para deixar de produzir o produto  $i$  e passar a produzir o produto  $j$  ( $j \neq i$ ), então a igualdade  $S[i][j][k] = S[j][i][k]$  não é obrigatória);
- No *setup* é necessário desmontar as ferramentas do produto que acabou de ser produzido, para então serem montadas as ferramentas da peça que será produzida em sequência. Se houver ferramentas em comum entre as duas peças, estas podem permanecer montadas de forma que o tempo de *setup* se reduz.
- Existe o roteamento de ferramental: são usados conjuntos de ferramentas de corte que podem ser roteados entre máquinas diversas, e podem ser uma restrição à quebra de lotes para produção em máquinas em simultaneidade;
- No momento zero no tempo, que pode ser interpretado como o início de cada período de trabalho, as máquinas já estão preparadas para a produção de algum produto – normalmente não existe uma condição zero de máquina limpa – o *setup* é sempre de um produto para outro;
- É, em geral, possível que todos os produtos sejam processados em qualquer máquina. Porém, na prática, a usinagem de um produto em máquinas diferentes exige que um profissional experiente desenvolva uma programação e parâmetros de corte e ajustes de ferramentas para cada máquina. Essa

limitação acaba, normalmente, resultando em cada produto podendo ser produzido em algumas máquinas, porém não em todas.

### 3.2 MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA - MPLIM

Para proposição de um modelo de programação linear inteira mista foi considerada uma fábrica composta de um conjunto de  $m$  máquinas de usinagem multipropósito, e uma demanda de produção de  $n$  tipos de produtos (produtos/peças). O modelo considerou ainda a definição da condição inicial de cada máquina (ferramentas de qual produto estão montadas na máquina no instante zero do tempo) como sendo um parâmetro de entrada do modelo. Foi considerado também um limite do ferramental de produção, ou seja, o número máximo de máquinas que podem produzir um mesmo produto simultaneamente, e foi incluída a ocorrência de *setup* reduzido em caso de sequenciamento de peças de mesma família. A seguir são apresentadas a notação, variáveis e parâmetros do modelo proposto.

#### **Notação:**

##### Conjuntos:

$N$  : Conjunto de tipos de produtos a serem produzidos,  $i, j \in N$  e  $|N| = n$ ;

$D[i]$  : Quantidades de peças de cada tipo de produto  $i$  que devem ser produzidos – lotes de demandas iniciais;

$K$  : Conjunto de máquinas disponíveis,  $k \in K$  e  $|K| = m$ ;

$P[i][k]$  : Tempo de produção de uma peça do tipo  $i$  na máquina  $k$ ;

$\mathcal{Q}[i][k]$  : Matriz binária de compatibilidade produto vs. máquina, com valor 1 se  $i$  pode ser processado na máquina  $k$  e 0 caso contrário;

$S[i][j][k]$ : Tempos de *setup* do produto  $i$  para o produto  $j$  na máquina  $k$ ;

$F[i]$ : Número de jogos de ferramentas disponíveis para cada produto  $i$ . Ou seja, número de máquinas que podem produzir o mesmo produto  $i$  simultaneamente;

$CI[k]$ : indica a condição inicial da máquina  $k$ , isto é, o produto  $i$  cujas ferramentas necessárias para sua fabricação já estão montadas na máquina  $k$  no instante de tempo zero;

#### Variáveis de decisão:

$V_{ik}$ : Número de peças do tipo  $i$  que serão produzidas na máquina  $k$ ;

$x_{ik}$ : Variável binária que assume o valor 1 se o produto do tipo  $i$  é produzido na máquina  $k$  e 0 caso contrário;

$y_{ijk}$ : Variável binária que assume o valor 1 se o produto do tipo  $i$  é produzido na máquina  $k$  imediatamente antes do produto do tipo  $j$  e 0 caso contrário;

$cf_k$ : indica a condição final da máquina  $k$ , isto é, o último produto a ser produzido em cada máquina;

$\phi_{zk}$ : variável auxiliar utilizada para registrar qual a sequência de produção em cada máquina. Exemplo: se na máquina  $k = 3$  forem sequenciados lotes dos produtos 5, 7 e 10, nessa ordem, então a variável  $\phi_{zk}$  assumirá os valores para a máquina 3:  $\phi_{13} = 5$ ,  $\phi_{23} = 7$  e  $\phi_{33} = 10$ . O index  $z$  ( $1 \leq z \leq n$ ) indica a posição do lote de produto  $\phi_{zk}$  na fila de produção da máquina  $k$  na posição  $z$  (no sequenciamento da produção).

$C$ : Tempo de cumprimento do programa de produção,

#### Função objetivo:

*Min : C*

A função objetivo minimiza o tempo para realizar a produção demandada  $C$  (*completion time*), sendo esse o maior dos tempos de ocupação, que são calculados para cada máquina individualmente como sendo: o somatório dos tempos para produzir as demandas programadas para cada máquina, mais os tempos de *setup*, conforme o sequenciamento das peças em cada máquina.

Restrições:

$$x_{ik} \leq \Omega[i][k] \quad \forall i \in N; k \in K \quad (1)$$

$$\sum_{k \in K} V_{ik} = D[i] \quad \forall i \in N \quad (2)$$

$$\text{Se } V_{ik} > 0 \text{ então } x_{ik} = 1 \quad \forall i \in N; k \in K \quad (3)$$

$$\text{Se } V_{ik} = 0 \text{ então } x_{ik} = 0 \quad \forall i \in N; k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ik} \leq F[i] \quad \forall i \in N \quad (5)$$

$$\text{Se } x_{ik} = 1 \text{ então } V_{ik} > \frac{D[i]}{m} \quad \forall i \in N; k \in K \quad (6)$$

$$\text{Se } x_{ik} = 0 \text{ então } y_{ijk} = 0 \text{ e } y_{jik} = 0 \quad \forall i, j \in N : i \neq j; k \in K \quad (7)$$

$$\text{Se } x_{ik} = 1 \text{ então } \sum_{j \in N: j \neq i} y_{ijk} = 1 \text{ ou } \sum_{j \in N: j \neq i} y_{jik} = 1 \quad \forall i \in N; k \in K \quad (8)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N: j \neq i} y_{ijk} = \sum_{i \in N} x_{ik} - 1 \quad \forall k \in K \quad (9)$$

$$\sum_{j \in N: j \neq i} y_{ijk} \leq 1 \quad \forall i \in N; k \in K \quad (10)$$

$$\sum_{j \in N: j \neq i} y_{jik} \leq 1 \quad \forall i \in N; k \in K \quad (11)$$

$$y_{ijk} + y_{jik} = 1 \quad \forall i, j \in N : i \neq j; k \in K \quad (12)$$

$$\text{Se } CI[k] = i \text{ então } \sum_{j \in N: j \neq i} y_{ijk} = 1 \quad \forall i \in N; k \in K \quad (13)$$

$$\text{Se } CI[k] = i \text{ então } \sum_{j \in N: j \neq i} y_{jik} = 0 \quad \forall i \in N; k \in K \quad (14)$$

$$\text{Se } cf_k = i \text{ então } \sum_{j \in N: j \neq i} y_{ijk} = 0 \quad \forall i \in N; k \in K \quad (15)$$

$$\text{Se } cf_k = i \text{ então } \sum_{j \in N: j \neq i} y_{jik} = 1 \quad \forall i \in N; k \in K \quad (16)$$

$$1 \leq cf_k \leq n \quad \forall k \in K \quad (17)$$

$$\phi_{1k} = CI[k] \quad \forall k \in K \quad (18)$$

$$\text{Se } z \leq \sum_{k \in K} x_{ik} \text{ então } 1 \leq \phi_{zk} \leq n \quad \forall i \in N; k \in K; 1 \leq z \leq n \quad (19)$$

$$\text{Se } z > \sum_{k \in K} x_{ik} \text{ então } \phi_{zk} = 0 \quad \forall i \in N; k \in K; 1 \leq z \leq n \quad (20)$$

$$\text{Se } y_{ijk} = 1 \text{ e } i = \phi_{zk} \text{ então } \phi_{(z+1)k} = j \quad \forall i, j \in N : i \neq j; k \in K; 1 \leq z \leq (n-1) \quad (21)$$

$$\sum_{i \in N} P[i][k] \cdot V_{ik} + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N: j \neq i} S[i][j][k] \cdot y_{ijk} \leq C \quad \forall k \in K \quad (22)$$

$$cf_k \in N \quad \forall k \in K \quad (23)$$

$$\phi_{zk} \in N \quad \forall k \in K; 1 \leq z \leq n \quad (24)$$

$$V_{ik} \in \mathbb{Y} \quad \forall i \in N; k \in K \quad (25)$$

$$C \in \mathbb{I}_+ \quad (26)$$

$$x_{ik} \in \{0; 1\} \quad \forall i \in N; k \in K \quad (27)$$

$$y_{ijk} \in \{0; 1\} \quad \forall i, j \in N; k \in K \quad (28)$$

A Expressão (1) garante que o produto  $i$  somente será atribuído à máquina  $k$  se esse produto for compatível com essa máquina, enquanto a Expressão (2) indica que o somatório das quantidades produzidas do produto  $i$  em todas as máquinas deve ser igual à demanda.

As expressões (3) e (4) criam a relação entre as variáveis  $x_{ik}$  e  $V_{ik}$ . Estas expressões garantem que, se a máquina  $k$  não processar o produto  $i$  ( $x_{ik} = 0$ ), então não deve haver programação de produção de nenhuma quantidade do produto do tipo  $i$  na referida máquina ( $V_{ik} = 0$ ).

A Expressão (5) garante que o número de máquinas usadas para a produção da peça  $i$  deverá ser menor ou igual ao número de ferramentas disponíveis para a produção dessa peça.

A Expressão (6) assegura que, se o produto  $i$  for processado na máquina  $k$ , então o lote de  $i$  para a máquina  $k$  terá um tamanho mínimo. Esta consideração evita que o modelo gere soluções atribuindo lotes muitos pequenos de um produto para uma máquina enquanto houver lotes do mesmo produto programados para outras máquinas.

As expressões (7) e (8) garantem que, se o produto  $i$  for processado na máquina  $k$ , então nessa máquina deverá ser realizado o *setup* de  $i$  para  $j$  ou de  $j$  para  $i$ , bem como se não houver programação de produção de  $i$  na máquina  $k$  então não deve haver *setup* de produto algum para  $i$ , nem de  $i$  para qualquer outro produto  $j$  na referida máquina.

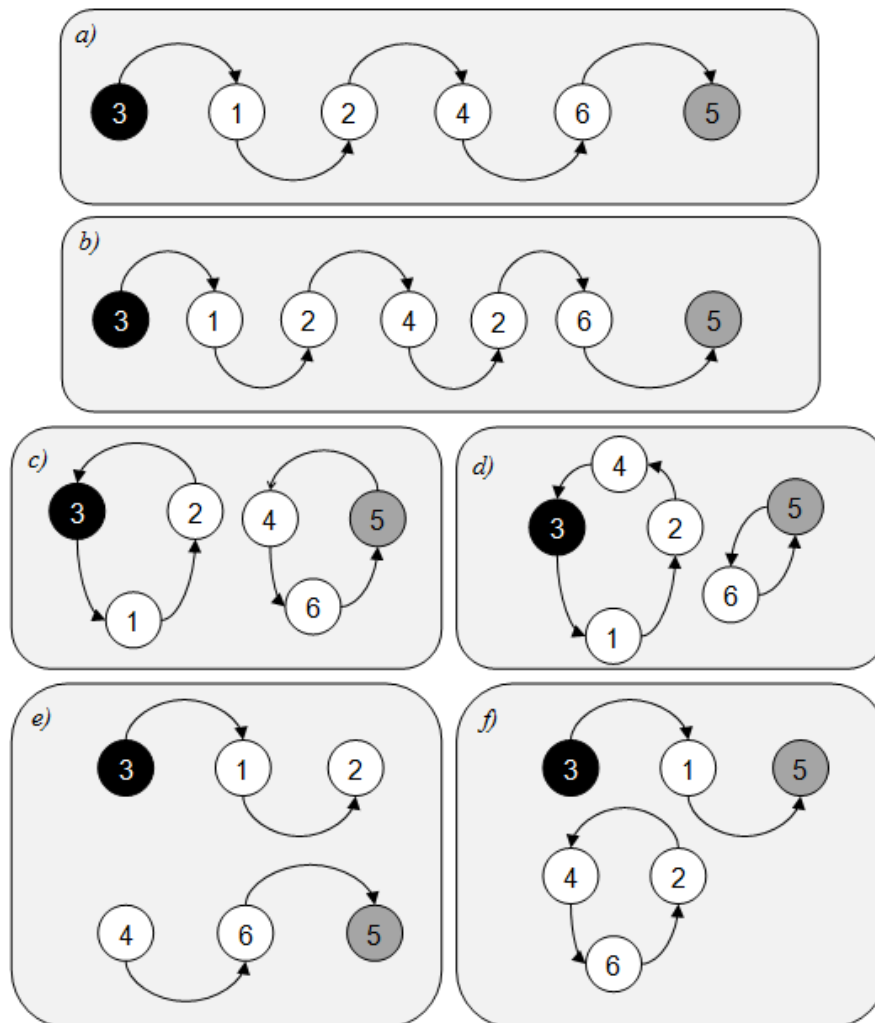
Para melhor explicação das expressões (9) a (21), foi construída a Figura 9. Nesta figura são apresentados 6 exemplos de soluções possíveis para o problema de sequenciamento de 6 lotes de produtos em uma única máquina. Os lotes atribuídos para uma máquina  $k$  são representados por nós e os *setups* de um produto para outro são representados pelas arestas, sendo o produto 3 a condição inicial da máquina e o produto 5 a condição final. Em  $a$  é representada uma solução sem *sub-tour*. E em  $b$  é representada uma solução com a produção de dois lotes do mesmo produto na mesma máquina. Em  $c$  a  $f$  são representadas soluções com *sub-tours*.

A Expressão (9) garante que o número de *setups* de cada máquina será menor em uma unidade em relação ao número de tipos de peças produzidas nessa máquina. Como ilustrado na Figura 9 no exemplo  $a$ , uma solução sem *sub-tours* terá sempre o número de *setups* menor em uma unidade que o número de produtos atribuídos para cada máquina.

As expressões (10), (11) e (12) em conjunto asseguram que cada tipo de produto poderá ser produzido somente uma vez em cada máquina, atribuindo que a quantidade de *setups* para um produto  $i$  ou de um produto  $i$  para outro qualquer seja sempre 1 ou 0, não sendo ainda permitido produzir dois lotes de um mesmo produto em uma mesma máquina na mesma programação. Na Figura 9 exemplo  $b$  é apresentada uma solução para uma máquina com dois sub-lotes do produto 2 sendo sequenciados na mesma máquina.

Toda máquina deve ter uma condição inicial, que é adotada como sendo uma condição em que um produto  $i$  já esteja com as ferramentas preparadas na máquina  $k$  no tempo zero. A Expressão (13) indica que, se o produto  $i$  é o primeiro produto para uma máquina  $k$ , deverá ocorrer o *setup* de  $i$  para algum produto  $j$  – assume-se que toda máquina produzirá no mínimo 2 lotes ou sub-lotes de produtos diferentes.

Figura 9 - Representação gráfica de *sub-tours*



Obs.: 6 soluções a) a f) para o sequenciamento de 6 produtos em uma máquina, sendo identificados os produtos 3 e 5 respectivamente como condição inicial e final da máquina.

Fonte: Próprio Autor

Já a Expressão (14) indica que não deve haver *setup* de qualquer outro produto  $j$  para  $i$  na máquina  $k$ , uma vez que  $i$  seja a condição inicial de  $k$ .

Analogamente, a Expressão (15) indica que sendo  $i$  a condição final de uma máquina  $k$ , não deve haver *setup* de para qualquer outro produto  $j$  nessa máquina. Enquanto a Expressão (16) garante que o *setup* de algum produto  $j$  para  $i$  deve ocorrer somente uma vez em  $k$  se  $i$  for condição final de  $k$ .

A Expressão (17) delimita os limites para variável condição final.

As expressões (13) a (17) em conjunto garantem a não ocorrência de soluções com *sub-tours* como os representados nos exemplos  $c$  e  $d$  da Figura 9, que ocorrem quando a solução do modelo não define um único produto para ser condição inicial e outro para ser condição final de cada máquina. Adicionalmente estas restrições garantem a não ocorrência de soluções compostas por combinações de sequências paralelas como ilustrado no exemplo  $e$  da Figura 9.

Porém as restrições impostas pelas expressões (9) a (17) não são suficientes para evitar soluções com *sub-tours* com a característica do exemplo  $f$  da Figura 9 – caso em que apesar de haver *sub-tour* as condições das expressões (9) a (17) são integralmente respeitadas.

Para evitar a ocorrência de *sub-tours* com as características do exemplo  $f$  da Figura 9 foram formuladas as restrições impostas pelas expressões (18) a (21). Estas expressões adicionais atribuem um vetor auxiliar ( $\phi_{zk}$ ) para registro da posição sequencial de cada sub-lote produzido em cada peça. Para uma máquina  $k$  com solução representada pelo exemplo  $a$  da Figura 9, por exemplo, o vetor auxiliar  $\phi_{zk}$  assume os valores:  $\phi_{1k} = 3; \phi_{2k} = 1; \phi_{3k} = 2; \phi_{4k} = 4; \phi_{5k} = 6; \phi_{6k} = 5$ .

A Expressão (18) garante que o primeiro elemento do vetor auxiliar  $\phi_{zk}$  será a condição inicial da máquina  $k$ . Já a Expressão (19) garante que para cada produto atribuído para produção na máquina  $k$  haverá uma atribuição no vetor auxiliar  $\phi_{zk}$ .

A Expressão (20) foi incluída como recurso matemático para forçar o modelo a gerar soluções com o vetor auxiliar  $\phi_{zk}$ , com o menor tamanho necessário para cada máquina.



Já a Expressão (21) relaciona a atribuição de valores de *setup* na variável  $y_{ijk}$  com a atribuição dos lotes no vetor auxiliar  $\phi_{zk}$ , de forma a garantir que a atribuição dos *setups* considere uma sequência linear sem *sub-tours*, começando pelo lote de condição inicial e terminando com o lote de condição final.

A Expressão (22) complementa a caracterização da função objetivo do modelo, atribuindo um limite superior ( $C$ ) para o tempo de atividade das máquinas, considerando o tempo total de produção mais o *setup* programado para cada máquina  $k$ .

E, por fim, as expressões (23) a (28) limitam os domínios das variáveis de solução do problema.

### 3.3 ALGORITMO DE DOIS ESTÁGIOS PARA APLICAÇÃO DO MPLIM

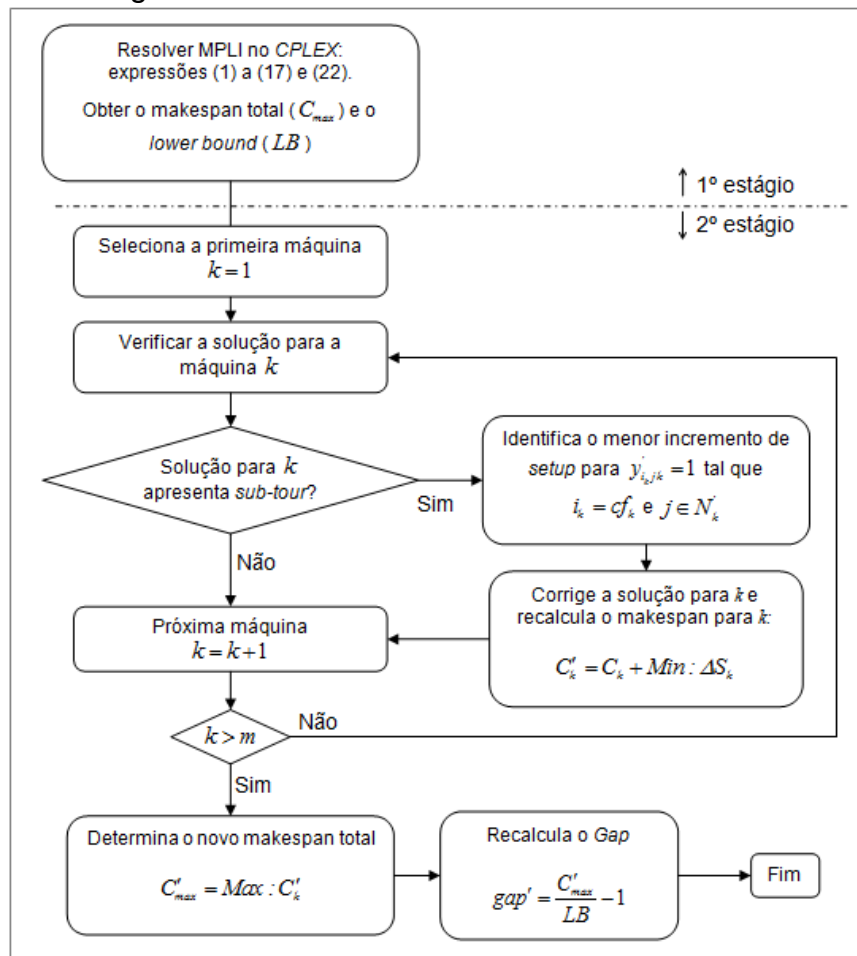
Propôs-se uma abordagem do problema com um algoritmo de 2 estágios, utilizando-se no primeiro estágio o modelo anteriormente descrito sem as restrições impostas pelas expressões (18) a (21). Essa estratégia foi adotada devido ao entendimento de se reduzir a complexidade matemática do modelo, para permitir a obtenção de soluções para problemas com grandes números de máquinas e lotes de produtos.

A Figura 10 ilustra o fluxograma do algoritmo proposto. No primeiro estágio a solução é obtida em solver *CPLEX* 12.7.1, sendo determinadas as variáveis de solução do problema  $V_{ik}$ ,  $x_{ik}$ ,  $y_{ijk}$ ,  $cf_k$ , o *makespan* máximo  $C_{max}$  e o *lower bound* da solução. O *CPLEX* calcula o *lower bound* como sendo o melhor objetivo tangível para uma solução ótima, que ocorre quando o *gap* é zero, sendo o *gap* o erro relativo da melhor solução obtida em relação ao *lower bound* (IBM, 2012).

O algoritmo impõe uma minimização do *makespan* dos lotes de produção de cada máquina, sendo o *makespan*  $C_k$  representado pela Expressão (29), como sendo o tempo que uma máquina  $k$  gasta para produzir todos os lotes de produtos a ela atribuídos na solução do MPLIM mais os respectivos tempos de *setup* resultantes do

sequenciamento dos lotes atribuídos. O maior *makespan* ( $C_{max}$ ) é então obtido pela comparação dos tempos das  $m$  máquinas – Expressão (24) – enquanto o *gap* é obtido pela Expressão (25) assumindo-se o valor de *lower bound* ( $LB$ ) determinado pelo *CPLEX*.

Figura 10 - Fluxograma representativo do algoritmo proposto para aplicação do MPLIM em dois estágios



Obs.: Sem as restrições impostas pelas expressões (18) a (21) no primeiro estágio.

Fonte: Próprio Autor

$$C_k = \sum_{i \in N} P[i][k] \cdot V_{ik} + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N: j \neq i} S[i][j][k] \cdot y_{ijk} \quad \forall k \in K \quad (29)$$

$$C_{max} = \text{Max} : C_k \quad \forall k \in K \quad (30)$$

$$gap = \frac{C_{max}}{LB} - 1 \quad (31)$$

Para execução da rotina iterativa do segundo estágio, os dados de entrada do problema  $(D[i], P[i][k], S[i][j][k], CI[k])$ , e a melhor solução obtida no estágio 1  $(V_{ik}, x_{ik}, y_{ijk}, cf_k)$  são alimentados em um software para pós-processamento (*MatLab R2013a*) configurado com uma rotina automática para execução das etapas do segundo estágio do algoritmo proposto na Figura 10.

No segundo estágio do algoritmo, uma vez identificado um *sub-tour* formado por um conjunto de lotes/sub-lotes de produtos  $N'$  a rotina calcula o menor incremento de tempo de *setup* que pode ser obtido para a referida máquina  $k$ . O incremento mínimo de *setup* é obtido com a Expressão (32), considerando a inclusão do *setup* do produto  $i_k$ , que fora atribuído originalmente como condição final para a máquina  $k$  pelo MPLIM no estágio 1 ( $i_k = cf_k$ ), para um produto  $j'$  contido em  $N'$ . Na solução original do MPLIM existe um produto  $i_k^*$  que fora atribuído para ser predecessor do produto  $j'$  em  $N'$ . Para respeitar as expressões (18) a (21) o *setup* de  $i_k^*$  para  $j'$  deixa de existir na nova solução, e nova condição final de  $k$  passa a ser  $cf'_k = i_k^*$ .

O novo *makespan* para cada máquina é calculado conforme à Expressão (33), e por fim com as expressões (34) e (35) obtém-se o *makespan* máximo e o *gap* da nova solução ( $gap'$ ). Na Expressão (35) utiliza-se o valor de *lower bound* ( $LB$ ) obtido no primeiro estágio com o CPLEX.

$$\begin{aligned} \Delta S_k &= S[i_k][j'][k] - S[i_k^*][j'][k] & \forall k \in K; j' \in N'; i_k^* \in N' : \\ & & i_k = cf_k \text{ e } y_{i_k^* j' k} = 1 \end{aligned} \quad (32)$$

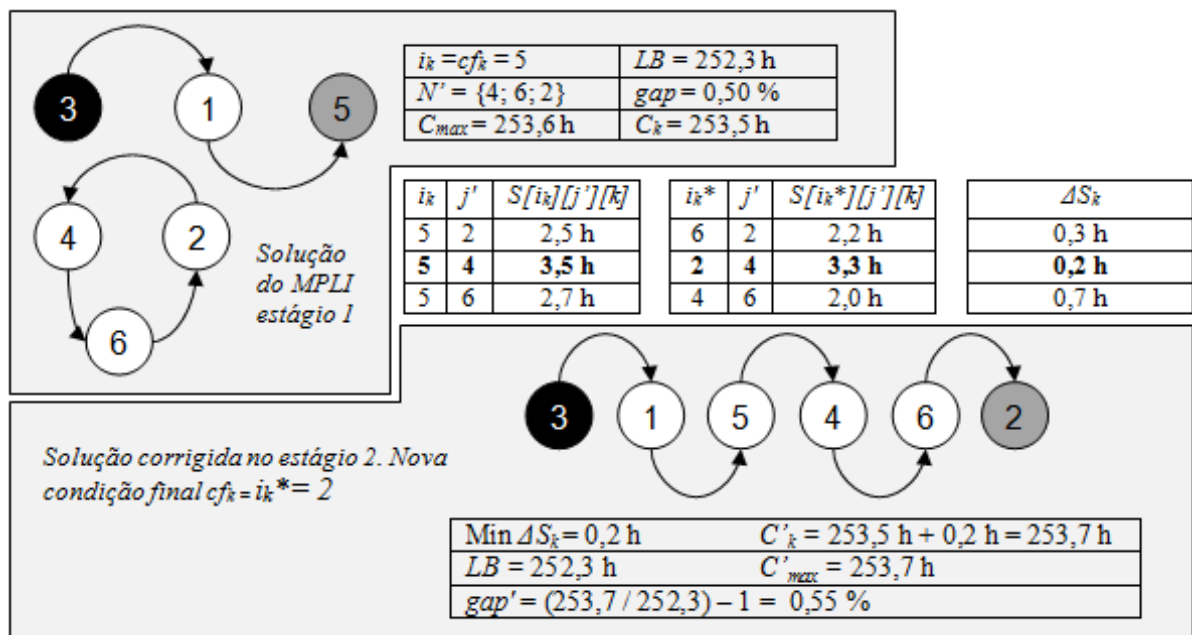
$$C'_k = C_k + \text{Min} : \Delta S_k \quad \forall k \in K \quad (33)$$

$$C'_{max} = \text{Max} : C'_k \quad \forall k \in K \quad (34)$$

$$\text{gap}' = \frac{C'_{max}}{LB} - 1 \quad (35)$$

A Figura 11 apresenta um exemplo da aplicação das etapas do segundo estágio do algoritmo para uma solução com uma máquina contendo um *sub-tour*. No exemplo da figura a melhor solução obtida com o *CPLEX* no primeiro estágio apresenta para uma dada máquina a atribuição de 6 lotes de produtos (enumerados de 1 a 6), sendo definido o produto 3 como a condição inicial e o produto 5 como condição final. Em adicional a solução obtida apresenta um *sub-tour* com os lotes dos produtos 2, 4 e 6. A solução do *CPLEX* quando então alimentada no algoritmo proposto é corrigida sendo considerada a inclusão de um *setup* do produto 5 para o produto 4, e sendo removido um *setup* do produto 2 para o produto 4. A solução corrigida passa então a ter uma *makespan* incrementado em 0,2 h e a nova condição final da máquina passa a ser o produto 2.

Figura 11 - Exemplo da correção de *sub-tour* conforme algoritmo proposto.



Fonte: Próprio Autor

## 4 PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL

Para representação da demanda de produção de uma fábrica de produtos por usinagem de barras foi criado um algoritmo em *MatLab R2013a* para gerar automaticamente os dados para diferentes instâncias considerando variações de número de máquinas, número de produtos, demanda por produto, produtividade por máquina, tempo de *setup* por máquina e restrição de ferramentas por produto.

Para gerar as instâncias os conjuntos de máquinas e produtos foram classificados em três tipos cada:

- Máquinas simples: máquinas tipo monofuso, com menor produtividade, porém menores tempos de *setup* para os produtos em geral;
- Máquinas intermediárias: máquinas multifuso até três vezes mais produtivas que as máquinas monofuso para um mesmo produto, porém com tempos de *setup* até seis vezes maiores para um mesmo produto;
- Máquinas complexas: máquinas multifuso até 6 vezes mais produtivas que as máquinas monofuso para um mesmo produto, porém com tempos de *setup* até 10 vezes maior;
- Produtos simples: produtos de projeto de baixa complexidade, de rápido processamento em máquinas tipo monofuso;
- Produtos intermediários: produtos de complexidade intermediária, com tempo de processamento intermediário em máquinas monofuso;
- Produtos complexos: produtos de alta complexidade que exigem elevado tempo de processamento em máquinas tipo monofuso.

A partir dessa classificação as instâncias foram geradas com variações de números de máquinas e de lotes de produtos, variando-se as proporções de cada tipo (produtos e máquinas: simples, intermediários, complexos) de cenário a cenário. As matrizes de tempo de produção de cada produto em cada máquina ( $P[i][k]$ ) e tempo

de *setup* de produto para produto em cada máquina ( $S[i][j][k]$ ) foram atribuídos aleatoriamente pelo algoritmo respeitando-se os limites apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 - Critérios utilizados para definição das produtividades das máquinas e dos tempos de *setup* para gerar as instâncias do estudo.

Parâmetro	Tipo de máquina	Mínimo	Máximo
Produtividade	Simples	30 peças/h	498 peças/h
	Intermediárias	91 peças/h	1495 peças/h;
	Complexas	181 peças/h	2990 peças/h;
Tempo de <i>setup</i>	Simples	25 min	2 h 52 min
	Intermediárias	1 h 17 min	8 h 38 min
	Complexas	2 h 33 min	17 h 15 min

Fonte: Próprio Autor

Os tempos de *setup* foram atribuídos garantindo-se conformidade ao critério de desigualdade triangular, representado pela Expressão (36). Essa restrição na geração dos dados é coerente aos casos reais de *setup* de máquinas e evita que na solução do MPLIM sejam atribuídos *setups* de  $i$  para  $j$  e em seguida de  $j$  para  $\lambda$  com a atribuição de um lote unitário para  $j$ .

$$S[i][j][k] + S[j][\lambda][k] > S[i][\lambda][k] \quad \forall i, j, \lambda \in N : i \neq j \neq \lambda; k \in K \quad (36)$$

A condição inicial de cada máquina também definida aleatoriamente com o algoritmo em *MatLab*, porém respeitando a restrição imposta pela Expressão (37), sem atribuir-se produto para máquina incompatível.

$$\text{Se } CI[k] = i \text{ então } \Omega[i][k] = 1 \quad \forall i \in N; k \in K \quad (37)$$

As instâncias foram geradas em 3 etapas. Na primeira etapa foram geradas instâncias para validação do MPLIM, sendo resolvidas 7 instâncias de tamanhos diferentes, com e sem a aplicação do algoritmo proposto no Capítulo 3.3. Na segunda etapa foram resolvidas mais 9 instâncias de tamanho fixo (8 máquinas e 32 lotes de produtos), mas com variações das características de tipos de máquinas e tipos de produtos para verificação das hipóteses A e B apresentadas no Subcapítulo

1.2. Já na terceira etapa forma geradas mais 4 instâncias de 8 máquinas e 32 lotes de produtos como a consideração de algumas restrições específicas adicionais, para permitir uma análise complementar do método proposto.

#### 4.1 EXPERIMENTOS PARA VERIFICAÇÃO DO MPLIM

A Tabela 3 apresenta as características das 7 instâncias de validação, sendo a menor instância a de número 1, que considerou 2 máquinas e 10 lotes de produtos diferentes, enquanto a maior instância considerou 15 máquinas e 100 lotes de produtos diferentes. Em todas as 7 instâncias foi assumido um número fixo disponível de jogos de ferramentas para cada produto ( $F[i]$  igual a uma constante para todo  $i$ ).

Para as Instâncias 1 a 4 foi escolhido  $F[i] = m$ , de maneira a não gerar efeito da restrição de disponibilidade de ferramentas para produzir um mesmo produto em máquinas paralelas em simultaneidade. Já para as Instâncias 5 a 7 foi assumido  $F[i] = \Psi < m$  ( $\Psi = \text{constante}$ ). Nos casos maiores, assumir a disponibilidade de mais que 5 jogos de ferramentas por tipo de produto não seria uma premissa representativa de casos reais – em geral o número de ferramentas limita a disponibilidade para produção em paralelo.

Tabela 3 - Instâncias geradas para validação do MPLIM

Instância	Parâmetros de entrada do MPLIM		
	$m$	$n$	$F[i], \forall i \in N$
1	2	10	2
2	3	12	3
3	4	16	4
4	5	20	5
5	8	32	5
6	15	60	5
7	15	100	5

Fonte: Próprio Autor

Em adicional, nas primeiras 7 instâncias de validação foram considerados:

- Distribuição homogênea de demandas: exceto para a Instância 1 que considerou apenas 10 lotes de produtos, nenhum lote de produto recebeu demanda maior que 15% da somatório de todas as demandas;
- Tempos de *setup* definidos aleatoriamente conformes os limites estabelecidos na Tabela 2: não foi incluído fator de redução do tempo de *setup* para peças semelhantes. Os tempos utilizados foram assimétricos ( $S[i][j][k] \neq S[j][i][k]$ ) e dependentes da sequência e da máquina;
- Total compatibilidade produto vs. máquina: foi considerado que todos os produtos podem ser processados em todas as máquinas ( $\Omega[i][k] = 1, \forall i \in N, k \in K$ ).

Essas considerações foram adotadas para primeiramente permitir uma avaliação consistente do modelo sem a interferência de restrições que podem ser consideradas opcionais, ou desnecessárias, dependendo das características do problema estudado. No Apêndice A são apresentadas tabelas com as demandas de cada produto por instância, para as Instâncias 1 a 7.

## 4.2 EXPERIMENTOS PARA VERIFICAÇÃO DAS HIPÓTESES

Para verificação das hipóteses A e B apresentadas no Subcapítulo 1.2 foram então geradas mais 9 instâncias considerando o problema de tamanho 8 máquinas x 32 lotes de produtos. As características das instâncias geradas nesta segunda etapa são apresentadas na Tabela 4.



Tabela 4 - Instâncias geradas para problemas de 8 máquinas x 32 produtos para explorar o MPLIM e o algoritmo propostos.

Instância	Composição de máquinas			Composição da demanda		
	Simple	Intermed.	Complexas	Simple	Intermed.	Complexas
8	25%	50%	25%			
9	50%	25%	25%	20%	60%	20%
10	25%	25%	50%			
11	25%	50%	25%			
12	50%	25%	25%	60%	20%	20%
13	25%	25%	50%			
14	25%	50%	25%			
15	50%	25%	25%	20%	20%	60%
16	25%	25%	50%			

Fonte: Próprio Autor

As Instâncias 8 a 16 foram geradas com o propósito de fazer confirmação das hipóteses A e B com o mínimo de interferência de restrições. Estes cenários consideraram nove combinações de composições de demanda vs. composição de parque de máquinas. O somatório das demandas individuais de produtos foi considerado constante nestes cenários.

Tabela 5 - Exemplo de relatório de sequenciamento gerado com pós-processamento

Tipo	Produto	Instância 8			Instância 9			Instância 10		
		$D[i]$		TPS	$D[i]$		TPS	$D[i]$		TPS
		peças	%	(s)	peças	%	(s)	peças	%	(s)
Simple	1	13.823	2,9	25,5	13.555	2,8	17,5	23.390	4,9	10,6
	2	14.573	5,9	19,3	16.734	6,3	20,9	9.714	6,9	27,2
	3	26.456	11,4	16,3	13.162	9,1	25,9	10.887	9,2	20,7
	4	13.954	14,3	25,5	18.487	12,9	21,9	14.569	12,2	14,2
	5	13.011	17,0	22,5	20.380	17,1	24,1	22.069	16,8	17,1
	6	14.183	20,0	11,5	13.681	20,0	27,5	15.371	20,0	20,1
Intermed.	7	14.634	23,0	52,3	11.323	22,4	33,5	8.028	21,7	31,0
	8	10.353	25,2	36,3	12.027	24,9	28,9	17.324	25,3	34,3
	9	17.635	28,9	41,8	19.664	29,0	39,6	15.910	28,6	31,0
	10	20.992	33,3	37,9	15.152	32,1	47,4	10.057	30,7	29,5
	11	12.337	35,8	29,7	7.656	33,7	35,4	15.249	33,9	28,2

**Continuação da Tabela 5**

	12	20.531	40,1	27,1	21.976	38,3	34,9	21.493	38,3	51,2
	13	20.407	44,4	28,5	9.453	40,3	30,5	21.519	42,8	46,9
	14	8.866	46,2	31,4	17.720	44,0	33,7	8.823	44,7	51,9
	15	14.594	49,2	35,3	7.782	45,6	53,8	18.848	48,6	30,5
	16	7.584	50,8	30,9	21.237	50,0	52,8	13.739	51,5	37,6
	17	14.427	53,8	46,6	16.064	53,3	53,7	13.145	54,2	34,5
	18	14.589	56,9	39,8	14.474	56,4	38,5	21.043	58,6	27,9
	19	7.623	58,5	36,4	14.429	59,4	33,7	15.281	61,8	32,0
	20	9.157	60,4	44,3	15.280	62,5	33,6	10.654	64,0	47,2
	21	21.927	64,9	50,1	11.246	64,9	47,8	11.650	66,4	39,0
	22	16.480	68,4	33,8	13.700	67,7	41,1	11.564	68,8	51,9
	23	8.488	70,1	30,1	12.054	70,3	51,4	8.891	70,7	39,6
	24	19.060	74,1	53,5	15.106	73,4	41,6	12.997	73,4	30,8
	25	16.140	77,5	34,1	9.673	75,4	31,4	18.246	77,2	44,0
	26	12.176	80,0	32,2	21.986	80,0	58,8	13.540	80,0	47,1
	27	10.309	82,1	71,2	20.027	84,2	62,6	13.433	82,8	78,3
	28	19.061	86,1	60,2	14.604	87,2	86,5	19.149	86,8	75,8
Complexos	29	12.274	88,7	61,9	15.690	90,5	66,4	10.197	88,9	78,8
	30	19.579	92,8	68,0	18.330	94,3	78,3	11.003	91,2	57,2
	31	23.292	97,6	62,9	19.518	98,4	55,5	15.883	94,5	75,9
	32	11.485	100,0	72,4	7.830	100,0	67,2	26.334	100,0	80,1
Total		480.000			480.000			480.000		

Fonte: Próprio Autor

A Tabela 5 apresenta como exemplo as composições de demandas geradas com o algoritmo em *Matlab* para as Instâncias 8, 9 e 10 – as quais foram especificadas para se compor em aproximados 20% produtos simples, 60% produtos intermediários 20% produtos complexos, conforme definido no planejamento experimental.

A Tabela 5 também apresenta o tempo de processamento padrão dos produtos (TPS), que corresponde ao tempo de processamento/fabricação de uma unidade do produto em uma máquina tipo simples/monofuso adotada como referência. Observa-se que em geral os produtos simples foram atribuídos com tempos de processamento inferior a 30 s. Já os produtos intermediários foram atribuídos com tempos de 30 a 55 s, e os complexos com tempos de 55 a 80 s. Estes valores são

coerentes aos limites estabelecidos na Tabela 2 no planejamento experimental. Equivalentemente, foram geradas tabelas de demanda para as demais instâncias, estão são apresentadas no Apêndice B.

#### 4.3 EXPERIMENTOS PARA VERIFICAÇÕES COMPLEMENTARES

Para explorar o comportamento do modelo em resposta a algumas condições específicas, foram incluídas as Instâncias 17 a 20. Na Tabela 6 são apresentados os detalhes destas instâncias, sendo as condições específicas impostas representadas pelas siglas:

DN = Demandas não-homogêneas – há pelo menos um produto com demandas maior ou igual a 15% do somatório de todas as demandas;

SF = Agrupamentos por famílias – alguns produtos são classificados por semelhança como sendo de mesma família (utilizam jogos de ferramentas de usinagem semelhantes) e os tempos de *setup* entre produtos de mesma família é significativamente reduzido;

AM = Produtos incompatíveis – alguns produtos não podem ser fabricados em algumas máquinas;

RF = Restrição de ferramental – o número de jogos de ferramentas para cada produto é pequeno o suficiente para impor restrição ao processamento em paralelo em simultaneidade.

Tabela 6 - Instâncias geradas para problemas de 8 máquinas x 32 produtos para explorar o MPLIM e o algoritmo propostos com condições específicas.

Instância	Composição de máquinas			Composição da demanda			Condições específicas
	Simplex	Intermed.	Complexas	Simplex	Intermed.	Complexas	
17	50%	25%	25%	30%	53%	18%	DN
18	25%	50%	25%	20%	60%	20%	SF
19	25%	50%	25%	20%	60%	20%	AM
20	25%	50%	25%	20%	60%	20%	AM RF

Fonte: Próprio Autor

Para avaliar o comportamento de solução do MPLIM para demandas não homogêneas, foi criada a Instância 17 a partir de modificação da Instância 9. Selecionou-se o produto  $i = 1$ , classificado como produto tipo simples, que compunha 2,8% da demanda total Instância 9 (como pode ser observado na Tabela 5), e aumentou-se sua quantidade até sua demanda compor aproximados 15% da demanda do total da Instância modificada (17). Foram mantidas as mesmas condições iniciais de máquina, a mesma restrição de jogos de ferramentas (5 jogos), e os mesmos parâmetros de tempos de *setup* e de produtividade das máquinas.

Já para verificação do comportamento do modelo com relação ao sequenciamento de produtos com tempos de *setup* baixos (produtos de mesma família), foi gerada a Instância 18 com uma modificação da Instância 8. Observou-se a solução da Instância 8, e foram então identificados quatro lotes de produtos diferentes que não foram atribuídos as mesmas máquinas (produtos 1, 3, 31 e 32). Assumiu-se então que os tempos de *setup* de 1 para 3 ou de 3 para 1, e de 31 para 32 ou de 32 para 31, fossem relativamente mais baixos que nas outras máquinas – adotaram-se tempos de *setup* constantes para esses pares, sendo 15 min para máquinas simples, 45 min para máquinas intermediárias e 75 min para máquinas complexas. Foram mantidas as mesmas condições iniciais de máquina, a mesma restrição de jogos de ferramentas (5 jogos), e os mesmos parâmetros de tempos de *setup* e de produtividade das máquinas (exceto para tempo de *setup* dos pares identificados como mesma família).

Em terceira verificação, para forçar a condição de diversos produtos incompatíveis, a Instância 19 foi gerada com a matriz  $\Omega[i][k]$  com 63 zeros (cerca de 25% dos itens incompatíveis com algumas máquinas em específico). Ao gerar a matriz  $\Omega[i][k]$  cuidou-se de garantir que os produtos atribuídos como condição inicial das máquinas fossem atribuídos como compatíveis com essas máquinas. Também se cuidou que nenhum produto fosse atribuído como incompatível com todas as máquinas. Foram mantidas as mesmas condições iniciais de máquina, a mesma restrição de jogos de ferramentas (5 jogos), e os mesmos parâmetros de tempos de *setup* e de produtividade das máquinas.

Por fim, para verificar o resultado da restrição de jogos de ferramentas sobre a solução do modelo, a Instância 20 foi gerada modificando-se a instância 19 para se considerar restrição de diversos produtos para apenas um jogo de ferramentas.

#### 4.4 MÉTODO DE ANÁLISE DOS RESULTADOS

As 20 instâncias foram então processados com o modelo proposto utilizando-se o *software IBM ILOG CPLEX Optimization Studio*, versão 12.7.1, em um computador *Intel® Core™ i7-6850K* 3.6 GHz com 32 GB de memória *RAM* e processador 64-bit. A solução obtida no *CPLEX* foi então alimentada em rotina em *Matlab R2013a* configurada com a rotina do algoritmo de identificação e correção de *sub-tours*.

Os resultados das soluções no *CPLEX* (primeiro estágio) foram avaliados quanto ao tempo de processamento necessário para obtenção de solução, ao *gap* residual e ao número de sub-lotes gerados para cada produto. Posteriormente foi avaliado o incremento do *gap* e do tempo de atraso da máquina mais lenta devido à correção da solução com o algoritmo de eliminação de *sub-tour*.

Para análise de confirmação das hipóteses A e B, os resultados das instâncias 8 a 16 foram compilados em tabelas com a classificação dos produtos por complexidade, permitindo calcular a distribuição de tipos de produtos por tipos de máquinas. Foram então gerados gráficos de Pareto de distribuição que permitem rápida verificação do comportamento geral das soluções do modelo.

Já para as instâncias 17 a 20 foram geradas tabelas as programações de produção por máquina e por produto para permitir rápida identificação visual do efeito das condições impostas sobre as soluções do modelo.

## 5 RESULTADOS

Este capítulo é dividido em quatro partes. Na primeira parte são apresentados os resultados da solução das Instâncias 1 a 7 apresentadas no planejamento experimental, com propósito de se fazer a validação do MPLIM proposto. Já na segunda etapa são apresentados os resultados da solução das Instâncias 8 a 16, com melhor exploração das particularidades do modelo proposto de sua aplicação para o caso de sequenciamento de lotes em máquinas de usinagem de barras. Na terceira parte são verificados os resultados dos experimentos realizados para as instâncias 17 a 20, que foram geradas com condicionantes específicas. E na quarta parte os principais resultados dos diferentes experimentos são agrupados para uma avaliação geral

### 5.1 VALIDAÇÃO DO MPLIM

A Tabela 7 apresenta os resultados da primeira etapa de solução de instâncias que foi adotada para validação do método proposto. Observou-se que o MPLIM aplicado de forma completa com a imposição das restrições (18) a (21) somente permitiu solução pelo *CPLEX* para problemas pequenos. Esse resultado confirma as observações de Boctor e Renaud (2015) e Dastidar e Nagi (2005) que apresentaram modelos de programação linear para problemas de características semelhantes (conforme detalhado no Sub-Capítulo 2.4).

Na solução da Instância 4, observou-se que apenas com 30 min de processamento fora obtida solução com *gap* inferior a 1,0%. Já para a Instância 5, o *CPLEX* não conseguiu solução mesmo com 10 horas de processamento. Na Tabela 7 também são relacionados os resultados da aplicação do MPLIM no *CPLEX* com as restrições (18) a (21) relaxadas, seguida da aplicação de rotina para correção e *sub-tours* (Instâncias 1 a 7), sendo apresentado o número de *sub-tours* corrigidos e o *gap* recalculado após a correção considerando o *lower bound* definido pelo *CPLEX*.

Na Tabela 7 também é apresentado o Maior Atraso ( $MA$ ) relativo de máquina. Sejam  $k$  e  $k'$  respectivamente as máquinas com o maior ( $C_k$ ) e com o menor ( $C_{k'}$ ) *makespan* em uma solução obtida após a correção do *sub-tours* com o algoritmo proposto, sendo  $C_k$  e  $C_{k'}$  determinados pela Expressão (29), o maior atraso é então calculado por:

$$MA = \frac{C_k - C_{k'}}{C_{k'}} \quad (37)$$

Tabela 7 - Caracterização das soluções obtidas para as Instâncias 1 a 7

Inst.	$m$	$n$	Restrições (18) a (21)	CPLEX		Algoritmo		$MA$ (%)	Observação
				Tempo de Solução (s)	$gap$ (%)	Nº de <i>sub-tours</i>	$gap$ corrigido (%)		
1	2	10		19,75	0,01				
2	3	12		19,36	0,03				
3	4	16	Impostas	3.600	0,05				$gap < 1,0\%$ após 1800 s
4	5	20		36.000	-				Sem solução
4	5	20		147	0,00	1	0,77	0,88	
5	8	32		2634	0,01	2	0,41	0,15	$gap < 1,0\%$ após 500 s
6	15	60	Relaxadas	36.000	1,30	2	2,40	0,81	$gap < 2,5\%$ após 8.200 s
7	15	100		36.000	3,55	6	3,68	2,78	$gap < 5,0\%$ após 7.200 s

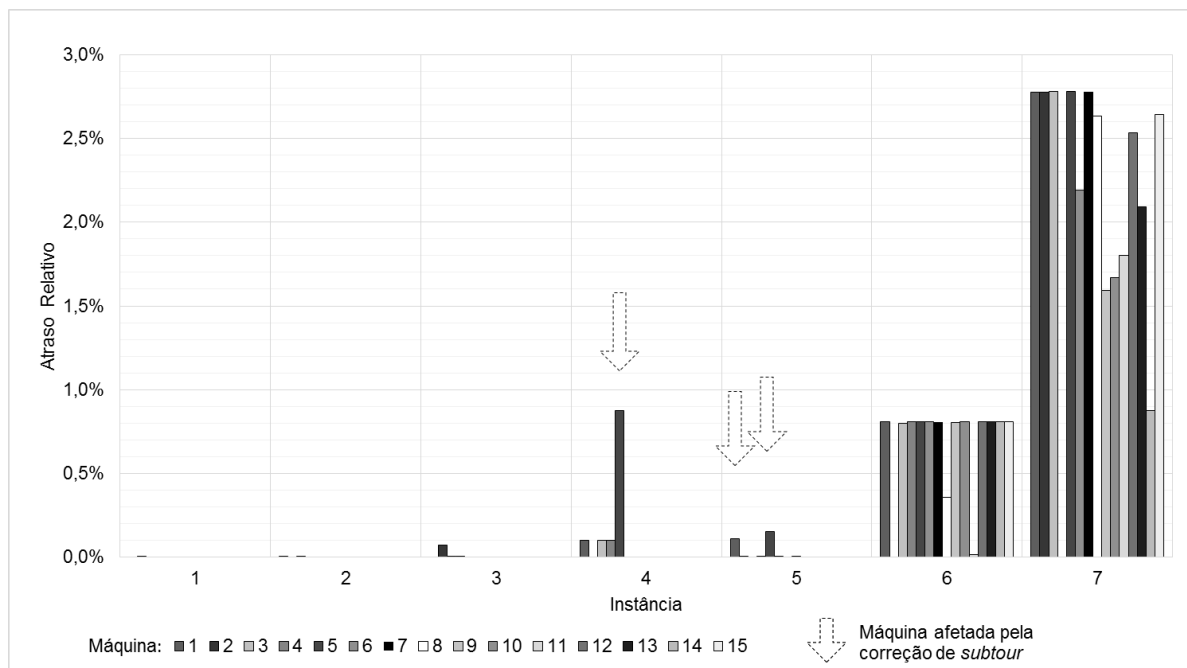
Fonte: Próprio Autor

A Figura 12 apresenta a disposição gráfica dos atrasos relativos calculados para todas as máquinas nas soluções obtidas para as Instâncias 1 a 7 – sendo apresentado em colunas o tempo de atraso de cada máquina em relação à máquina mais rápida. Nas Instâncias 1 a 3, foram obtidos tempos de completção muito

próximos, como resultado das soluções do MPLIM para estes casos terem sido praticamente ótimas.

Já nas Instâncias 4 e 5 observa-se que na primeira etapa do algoritmo, o CPLEX forneceu soluções com *gap* inferior a 0,01%, porém o relaxamento das restrições (18) a (21) resultou em um *sub-tour* na Instância 4 e dois na Instância 5. Como se pode ver na Figura 12, as setas indicam as máquinas que apresentaram os *sub-tours* sendo as mesmas a apresentar o maior atraso relativo. Esse resultado já era esperado porque o algoritmo proposto considera uma alteração do sequenciamento para evitar o *sub-tour*, mas não altera as quantidades de cada sub-lote atribuídos as máquinas com o intuito de prosseguir com uma segunda otimização.

Figura 12 - Distribuição do atraso relativo das máquinas para as instâncias 1 a 7



Fonte: Próprio Autor

Os incrementos ao atraso de máquina e ao *gap* residual no caso das Instâncias 4 e 5 foram, porém menores que 1,0%, o que pode ser considerado muito bom resultado. Esse efeito do incremento de *gap* e de atraso de máquina foi mais bem investigado com as execuções das Instâncias 8 a 16, como será detalhado a seguir.

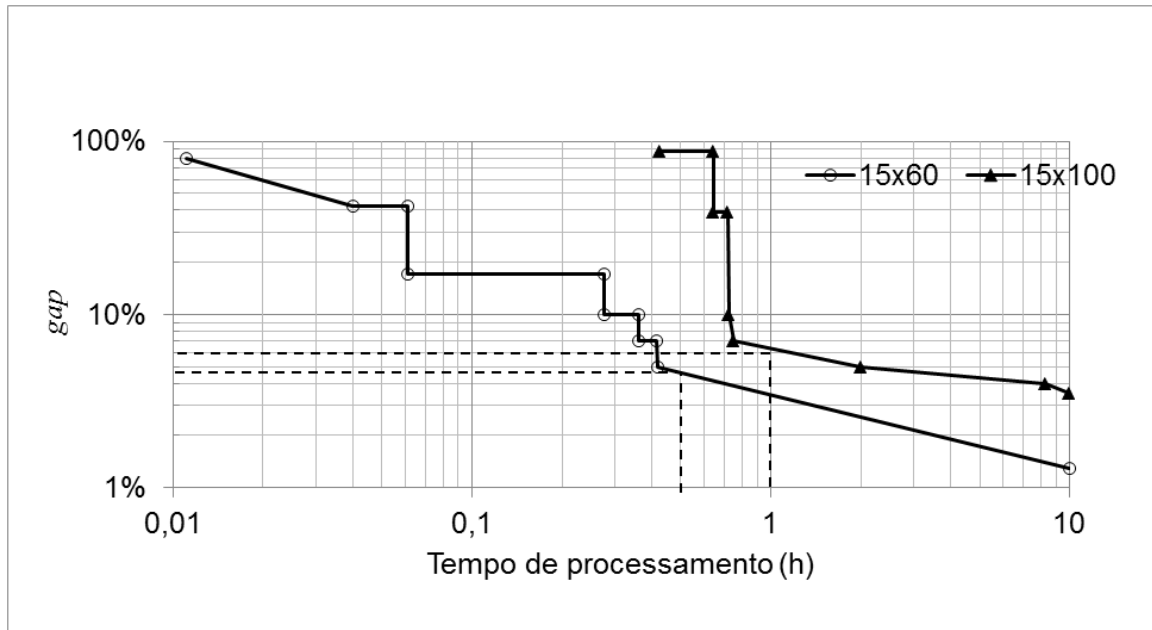


Para a Instância 5, que pode ser considerada representativa de uma fábrica de pequeno porte o tempo de solução do MPLIM pelo *CPLEX* foi relativamente adequado, em se considerando a verificação de *gap* inferior a 1% em menos de 10 min de processamento.

Nas Instâncias 6 e 7 foi testada a capacidade do modelo em resolver problemas grandes. Em ambos os casos foi necessário prolongado tempo de processamento para o *CPLEX* conseguir gerar soluções. Na Instância 6 foi obtido *gap* inferior a 2,5% após 2 h de processamento. A solução final obtida apresentou dois *sub-tours* cuja correção gerou efeito não significativo no atraso das máquinas. Porém, diferente do ocorrido para as instâncias menores, a solução obtida no *CPLEX* não apresentou distribuição suficiente das demandas entre as máquinas para levá-las todas para o atraso próximo de zero. Ainda assim o atraso médio de 0,80% verificado em 13 das 15 máquinas não representa um atraso significativo, e configura um bom resultado de otimização.

Já na Instância 7 foi observado mesmo comportamento da solução da Instância 6 (houve pouco efeito da correção dos *sub-tours* nos tempos das máquinas), porém as dimensões do problema exigiram maior tempo de processamento. Apesar de ter-se obtido *gap* final maior que 3,5%, os tempos de atraso das máquinas não variaram em mais que 4 horas em um horizonte de planejamento de ocupação das máquinas por 150 h.

Na Figura 13 é apresentada a evolução do mecanismo de solução do *CPLEX* para as Instâncias 6 e 7. Pode-se observar que especialmente no caso da Instância 7 há pequena evolução na melhora das soluções obtidas entre 1 e 10 horas de processamento. Na Figura 13 é ainda identificado que para a Instância 6 obteve-se *gap* inferior a 5,0% com aproximados 30 min de processamento, enquanto para a Instância 7 obteve-se *gap* menor que 6,0% com 1 hora de processamento.

Figura 13 - Evolução do mecanismo de solução do *CPLEX*

Fonte: Próprio Autor

A Tabela 8 apresenta a quantidade de lotes de produtos que geraram sub-lotes na solução de cada instância. Por exemplo, a Instância 7 foi originalmente composta de 100 lotes de produtos, dos quais 86 foram sequenciados para produção sem quebra de lote (pode-se dizer que estes geraram um sub-lote de cada de tamanho igual ao original), 12 demandas foram divididas entre duas máquinas (geraram 2 sub-lotes), e apenas dois produtos tiveram sua demanda dividida entre três máquinas.

Tabela 8 - Verificação da geração de sub-lotes

Qtde de sub-lotes	Quantidade de lotes em cada instância que gerou sub-lotes						
	Inst. 1	Inst. 2	Inst. 3	Inst. 4	Inst. 5	Inst. 6	Inst. 7
1	9	8	11	16	24	45	86
2	1	4	5	4	7	13	12
3	-	-	-	-	1	2	2
>3	-	-	-	-	-	-	-

Obs.: Inst. é abreviação para Instância.

Fonte: Próprio Autor

A interpretação da Tabela 8 é importante para a verificação da influencia da restrição imposta pela Expressão (5) que limita o número de ferramentas para processamento do mesmo produto em máquinas em paralelo em simultaneidade. Conclui-se que as quantidades utilizadas como limite de ferramental não surtiram efeito de restrição nas soluções do problema, exceto para a Instância 1, em que foram consideradas 2 máquinas e dois jogos de ferramentas para cada produto (sem restrição). Em todas as outras instâncias o número de sub-lotes formados foi sempre menor que o limite estabelecido. Esse resultado era esperado em virtude da consideração de distribuição homogênea da demanda total entre os lotes originais de produtos.

Caso algum produto tivesse sido considerado com demanda de produção muito superior aos demais, poder-se-ia esperar que para este produto viessem a ocorrer mais quebras de lote para processamento em paralelo em diversas máquinas, podendo a solução ótima ficar limitada ao número de ferramentas disponíveis para esse produto em relação ao número de máquinas disponíveis.

No Apêndice A são apresentadas tabelas com as demandas de cada produto por instância, que foram geradas com o MatLab para verificação do modelo. Nessas tabelas pode-se confirmar que exceto para as Instâncias 1 e 2, que foram geradas para número pequeno de produtos, nenhum produto recebeu demanda superior a 10% do somatório das demandas.

## 5.2 VALIDAÇÃO DE CENÁRIOS TÍPICOS DE USINAGEM DE BARRAS

Avaliando-se os resultados das instâncias de validação considerou-se o problema de 8 máquinas x 32 produtos apropriado para se fazerem mais estudos sobre o modelo. Esse tamanho de problema é suficientemente grande para ser representativo de um caso real, é adequado para apresentação de tabelas de dados e gráficos comparativos dos resultados, e para confirmação de restrições, e mostrou rápida resposta com o modelo proposto no CPLEX.

### 5.2.1 Resultados gerais do método proposto

A Tabela 9 resume os parâmetros de performance verificados no *CPLEX* e a interferência da correção dos *sub-tours*. Já a Figura 14 apresenta a distribuição do atraso relativo de cada máquina em relação à máquina mais rápida para as Instâncias 8 a 16. Todas as instâncias (8 a 16) foram resolvidas no *CPLEX*, com tempo limite de processamento de 1.200 s.

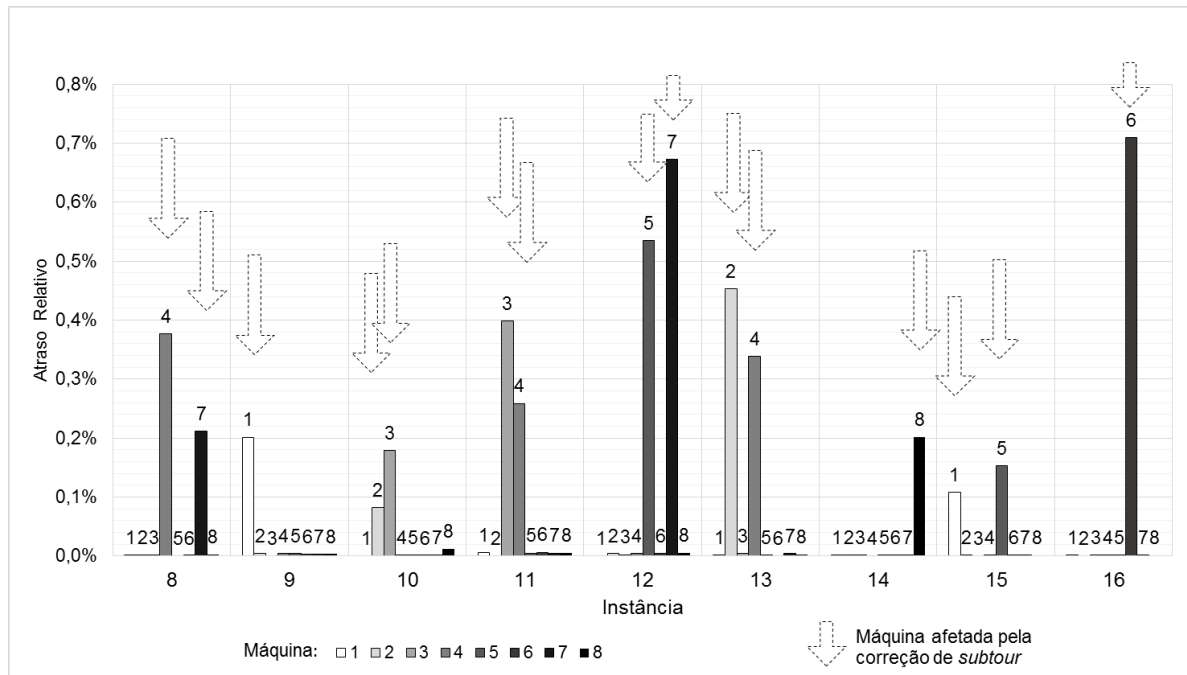
Tabela 9 - Resultados gerais da solução das instâncias 8 a 16.

Instância	<i>CPLEX</i>			Algoritmo		
	<i>gap</i> (%)	Tempo (s) até <i>gap</i> < 1,0%	<i>Lower bound</i> (h)	Nº de <i>sub-tours</i> corrigidos	<i>gap</i> corrigido (%)	<i>MA</i> (%)
8	0,33	94	224,9	2	0,87	0,38
9	0,32	320	291,0	1	0,89	0,20
10	0,01	245	198,4	2	0,14	0,18
11	0,50	112	196,6	2	0,76	0,40
12	0,47	50	241,6	2	0,90	0,67
13	0,63	525	149,3	2	0,95	0,45
14	0,24	59	315,0	1	0,53	0,20
15	0,19	110	366,4	2	0,41	0,15
16	0,71	430	262,8	1	1,11	0,71

Fonte: Próprio Autor

Analisando-se a Tabela 9 e a Figura 14 observa-se que as instâncias foram processadas como o modelo com as restrições (18) a (21) relaxadas, permitindo rápidos resultados de otimização, com no máximo um *sub-tour* por máquina. A rotina do segundo estágio do algoritmo então corrige facilmente os *sub-tours* identificados sem gerar prejuízo significativo às respostas do modelo. Na Figura 14 confirma-se um máximo incremento de 0,7% no atraso relativo das máquinas afetadas pelo *sub-tour*.

Figura 14 - Distribuição do atraso relativo das máquinas para as instâncias 8 a 16



Fonte: Próprio Autor

Na Tabela 10 é apresentado um exemplo do relatório de sequenciamento de produtos nas máquinas, obtido para cada instância com pós-processamento da solução obtida, organizado de forma a permitir observar a programação de utilização da máquina no tempo, e de fácil visualização para se confirmar a ausência de *sub-tours*. A tabela indica, por exemplo, que a Máquina 8 que foi classificada com sendo do tipo complexa, irá produzir sub-lotes dos produtos 16, 31, 21, 1 e 30, nessa ordem, nas respectivas quantidades apontadas na tabela.

Para todas as máquinas, o produto atribuído no momento zero do tempo possui tempo de *setup* igual a zero – assume-se que o produto 16, por exemplo, já estava em produção na máquina 8 no dia ou no instante anterior ao novo planejamento. Verifica-se também que o produto 14 é fabricado nas máquinas 1 e 5, não sendo condição inicial de alguma delas porém. Na máquina 1 é realizado *setup* do produto 2 para o produto 14, com uma duração de 0,9 h. Já na máquina 5, porém, é feito um *setup* de 18 para 14, porém com duração de 3,1 h – o tempo de *setup* depende da sequência e da máquina.

Porém não é prático fazer verificações com relação à entrega dos lotes em relatórios como o exemplificado pela Tabela 10. Para tal incluiu-se na rotina a geração de relatórios organizados para os lotes de produtos. Na Tabela 11 é apresentado um exemplo de relatório desse tipo.

A Tabela 11 permite verificar rapidamente como está o planejamento de produção pra qualquer produto. Por exemplo, permite observar que o produto 14 teve seu lote quebrado em três sub-lotes para processamento paralelo nas máquinas 1, 2 e 5. A tabela informa que o sub-lote 1 estará produzido por completo até às 14:03 h de 04/07, havendo inclusive simultaneidade com o sub-lote 2 no período das 06:23 h até às 14:03 h em 04/07, estando incluídos os tempos de *setup*.

Tabela 10 - Exemplo de relatório de sequenciamento gerado com pós-processamento

Instância 8						
	Produto	Quantidade	Setup	Processamento	Início	Fim
Máquina 1 Simples	2	12.751	0,0 h	65,2 h	01/07 08:00 h	04/07 01:12 h
	14	1.410	0,9 h	12,0 h	04/07 01:12 h	04/07 14:03 h
	9	3.016	0,9 h	32,9 h	04/07 14:03 h	05/07 23:53 h
	20	9.157	1,3 h	112,8 h	05/07 23:53 h	10/07 18:00 h
Máquina 2 Simples	1	1.728	0,0 h	13,4 h	01/07 08:00 h	01/07 21:26 h
	6	14.183	0,8 h	45,2 h	01/07 21:26 h	03/07 19:24 h
	2	1.822	0,7 h	10,3 h	03/07 19:24 h	04/07 06:23 h
	14	3.868	0,8 h	33,3 h	04/07 06:23 h	05/07 16:31 h
	16	5.305	1,2 h	41,9 h	05/07 16:31 h	07/07 11:41 h
19	7.623	1,2 h	77,1 h	07/07 11:41 h	10/07 18:00 h	
Máquina 3 Intermediária	5	13.011	0,0 h	27,1 h	01/07 08:00 h	02/07 11:06 h
	3	18.963	1,9 h	28,7 h	02/07 11:06 h	03/07 17:42 h
	13	20.407	3,0 h	53,8 h	03/07 17:42 h	06/07 02:31 h
	28	19.061	5,2 h	106,3 h	06/07 02:31 h	10/07 18:00 h
Máquina 4 Intermediária	3	7.493	0,0 h	11,3 h	01/07 08:00 h	01/07 19:20 h
	27	10.309	5,1 h	68,0 h	01/07 19:20 h	04/07 20:27 h
	22	5.530	4,4 h	17,4 h	04/07 20:27 h	05/07 18:13 h
	25	16.140	3,2 h	50,9 h	05/07 18:13 h	08/07 00:16 h
	17	14.427	4,4 h	62,2 h	08/07 00:16 h	10/07 18:50 h
Máquina 5 Intermediária	4	13.954	0,0 h	33,0 h	01/07 08:00 h	02/07 16:59 h
	8	10.353	3,1 h	34,8 h	02/07 16:59 h	04/07 06:51 h
	18	14.589	3,5 h	53,7 h	04/07 06:51 h	06/07 16:08 h
	14	3.588	3,1 h	10,9 h	06/07 16:08 h	07/07 06:04 h
	23	8.488	3,4 h	23,6 h	07/07 06:04 h	08/07 09:04 h
	10	16.149	3,8 h	53,2 h	08/07 09:04 h	10/07 17:59 h

<b>Continuação da Tabela 10</b>						
Máquina 6 Intermediária	10	4.843	0,0 h	18,1 h	01/07 08:00 h	02/07 02:05 h
	12	20.531	3,8 h	51,6 h	02/07 02:05 h	04/07 09:29 h
	22	10.950	3,3 h	34,3 h	04/07 09:29 h	05/07 22:59 h
	26	12.176	3,0 h	36,3 h	05/07 22:59 h	07/07 14:20 h
	29	12.274	5,3 h	70,3 h	07/07 14:20 h	10/07 17:59 h
Máquina 7 Complexa	11	12.337	0,0 h	16,9 h	01/07 08:00 h	02/07 00:56 h
	32	11.485	9,2 h	38,5 h	02/07 00:56 h	04/07 00:39 h
	9	14.619	7,0 h	30,0 h	04/07 00:39 h	05/07 13:39 h
	15	14.594	6,1 h	23,9 h	05/07 13:39 h	06/07 19:35 h
	7	14.634	6,2 h	35,4 h	06/07 19:35 h	08/07 13:14 h
Máquina 8 Complexa	24	19.060	6,0 h	47,2 h	08/07 13:14 h	10/07 18:28 h
	16	2.279	0,0 h	3,5 h	01/07 08:00 h	01/07 11:31 h
	31	23.292	9,8 h	67,8 h	01/07 11:31 h	04/07 17:11 h
	21	21.927	7,7 h	50,9 h	04/07 17:11 h	07/07 03:44 h
	1	12.095	4,5 h	12,9 h	07/07 03:44 h	07/07 21:09 h
	30	19.579	7,2 h	61,6 h	07/07 21:09 h	10/07 18:00 h

Fonte: Próprio Autor

Tabela 11 - Exemplo de relatório de sequenciamento gerado com pós-processamento

Instância 8					
Produto	Sub-lote	Máquina	Quantidade	Início	Término
1	1	2	1.728	01/07 08:00 h	01/07 21:26 h
1	2	8	12.095	07/07 03:44 h	07/07 21:09 h
2	1	1	12.751	01/07 08:00 h	04/07 01:12 h
2	2	2	1.822	03/07 19:24 h	04/07 06:23 h
3	1	4	7.493	01/07 08:00 h	01/07 19:20 h
3	2	3	18.963	02/07 11:06 h	03/07 17:42 h
4	1	5	13.954	01/07 08:00 h	02/07 16:59 h
5	1	3	13.011	01/07 08:00 h	02/07 11:06 h
6	1	2	14.183	01/07 21:26 h	03/07 19:24 h
7	1	7	14.634	06/07 19:35 h	08/07 13:14 h
8	1	5	10.353	02/07 16:59 h	04/07 06:51 h
9	1	7	14.619	04/07 00:39 h	05/07 13:39 h
9	2	1	3.016	04/07 14:03 h	05/07 23:53 h
10	1	6	4.843	01/07 08:00 h	02/07 02:05 h
10	2	5	16.149	08/07 09:04 h	10/07 17:59 h
11	1	7	12.337	01/07 08:00 h	02/07 00:56 h
12	1	6	20.531	02/07 02:05 h	04/07 09:29 h
13	1	3	20.407	03/07 17:42 h	06/07 02:31 h
14	1	1	1.410	04/07 01:12 h	04/07 14:03 h
14	2	2	3.868	04/07 06:23 h	05/07 16:31 h
14	3	5	3.588	06/07 16:08 h	07/07 06:04 h
15	1	7	14.594	05/07 13:39 h	06/07 19:35 h
16	1	8	2.279	01/07 08:00 h	01/07 11:31 h
16	2	2	5.305	05/07 16:31 h	07/07 11:41 h
17	1	4	14.427	08/07 00:16 h	10/07 18:50 h
18	1	5	14.589	04/07 06:51 h	06/07 16:08 h

**Continuação da Tabela 11**

19	1	2	7.623	07/07 11:41 h	10/07 18:00 h
20	1	1	9.157	05/07 23:53 h	10/07 18:00 h
21	1	8	21.927	04/07 17:11 h	07/07 03:44 h
22	1	6	10.950	04/07 09:29 h	05/07 22:59 h
22	2	4	5.530	04/07 20:27 h	05/07 18:13 h
23	1	5	8.488	07/07 06:04 h	08/07 09:04 h
24	1	7	19.060	08/07 13:14 h	10/07 18:28 h
25	1	4	16.140	05/07 18:13 h	08/07 00:16 h
26	1	6	12.176	05/07 22:59 h	07/07 14:20 h
27	1	4	10.309	01/07 19:20 h	04/07 20:27 h
28	1	3	19.061	06/07 02:31 h	10/07 18:00 h
29	1	6	12.274	07/07 14:20 h	10/07 17:59 h
30	1	8	19.579	07/07 21:09 h	10/07 18:00 h
31	1	8	23.292	01/07 11:31 h	04/07 17:11 h
32	1	7	11.485	02/07 00:56 h	04/07 00:39 h

Fonte: Próprio Autor

## 5.2.2 Verificação das hipóteses

As soluções do MPLIM para as Instâncias 8 a 16 foram então classificadas com relação aos percentuais de cada tipo de produto atribuído a cada tipo de máquina. Partindo-se dos relatórios de sequenciamento de produtos, organizaram-se os dados no formato da Tabela 12, em ordem crescente de demanda, e de maneira a permitir a identificação do comportamento de atribuição de lotes do modelo.

Dos parâmetros de entrada do modelo é sabido quais máquinas são consideradas simples, quais são intermediárias e quais são complexas. Na quinta coluna então da Tabela 12 atribuiu-se o número 1 para classificar máquinas simples, 3 para máquinas intermediárias e 6 para máquinas complexas.

Identificaram-se então na Tabela 12 os 25% menores volumes, e os 25% maiores volumes. No exemplo da Instância 8, os 25% menores volumes compõem-se do produto 31 ao 2 na primeira coluna da Tabela 11, enquanto os 25% maiores volumes compõem-se do segundo sub-lote do produto 14 ao terceiro sub-lote 14 nessa mesma coluna. Nos quadros abaixo da Tabela 12 é então feita a estratificação das parcelas dos 25% menores, e dos 25% maiores volumes, com relação ao tipo de máquina a que estas parcelas foram atribuídas.



Tabela 12 - Exemplo de classificação das atribuições de demandas feitas pelo modelo

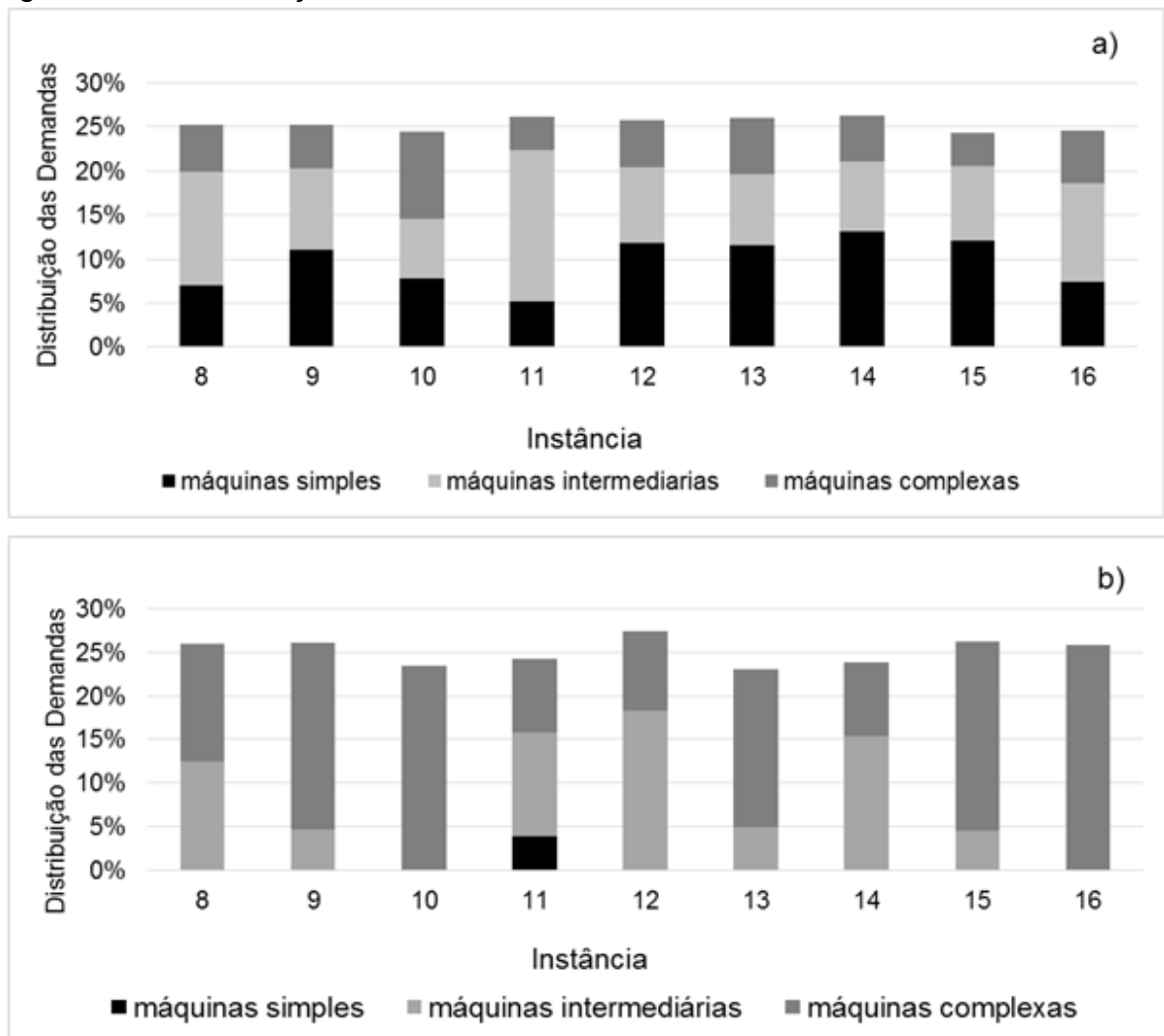
Instância 8					Instância 9				
Produto	Sub-lote		Máquina		Produto	Sub-lote		Máquina	
	peças	acum.	k	fusos		peças	acum.	k	fusos
31	1.410	0,3%	1	1	26	1.026	0,2%	3	1
21	1.728	0,7%	2	1	12	1.182	0,5%	3	1
12	1.822	1,0%	2	1	16	1.646	0,8%	2	1
13	2.279	1,5%	8	6	5	1.695	1,2%	4	1
30	3.016	2,1%	1	1	27	1.987	1,6%	1	1
28	3.588	2,9%	5	3	31	2.092	2,0%	3	1
24	3.868	3,7%	2	1	30	2.184	2,5%	1	1
3	4.843	4,7%	6	3	14	2.555	3,0%	1	1
10	5.305	5,8%	2	1	17	3.531	3,7%	6	3
25	5.530	7,0%	4	3	20	4.869	4,7%	8	6
7	7.493	8,5%	4	3	24	6.647	6,1%	1	1
9	7.623	10,1%	2	1	4	6.804	7,5%	4	1
15	8.488	11,9%	5	3	2	7.656	9,1%	1	1
18	9.157	13,8%	1	1	28	7.782	10,8%	2	1
17	10.309	15,9%	4	3	18	8.238	12,5%	7	6
6	10.353	18,1%	5	3	19	8.271	14,2%	6	3
4	10.950	20,4%	6	3	29	9.673	16,2%	1	1
5	11.485	22,8%	7	6	22	9.676	18,2%	5	3
2	12.095	25,3%	8	6	6	11.246	20,6%	7	6
11	12.176	27,8%	6	3	10	11.323	22,9%	5	3
29	12.274	30,4%	6	3	23	11.426	25,3%	5	3
26	12.337	32,9%	7	6	8	12.027	27,8%	6	3
1	12.751	35,6%	1	1	9	12.054	30,3%	7	6
32	13.011	38,3%	3	3	7	12.597	33,0%	2	1
22	13.954	41,2%	5	3	21	13.681	35,8%	6	3
8	14.183	44,2%	2	1	1	13.700	38,7%	4	1
27	14.427	47,2%	4	3	25	13.703	41,5%	3	1
20	14.589	50,2%	5	3	13	14.429	44,5%	6	3
23	14.594	53,3%	7	6	9	14.474	47,5%	7	6
19	14.619	56,3%	7	6	15	14.604	50,6%	7	6
3	14.634	59,4%	7	6	11	14.642	53,6%	5	3
22	16.140	62,7%	4	3	32	14.956	56,7%	5	3
16	16.149	66,1%	5	3	3	15.106	59,9%	5	3
10	18.963	70,0%	3	3	3	15.280	63,1%	8	6
14	19.060	74,0%	7	6	4	16.064	66,4%	7	6
14	19.061	78,0%	3	3	10	17.720	70,1%	8	6
9	19.579	82,1%	8	6	1	18.330	73,9%	6	3
16	20.407	86,3%	3	3	2	19.518	78,0%	7	6
2	20.531	90,6%	6	3	29	20.027	82,2%	8	6
1	21.927	95,1%	8	6	1	20.380	86,4%	8	6
14	23.292	100,0%	8	6	3	21.237	90,8%	8	6
					13	21.976	95,4%	5	3
					32	21.986	100,0%	8	6
Menores volumes:			25,3%		Menores volumes:			25,3%	
Monofusos:			7,1%		Monofusos:			11,0%	
3 fusos:			12,8%		3 fusos:			9,2%	
6 fusos:			5,4%		6 fusos:			5,1%	
Maiores Volumes			26,0%		Maiores Volumes			26,1%	
Monofusos:			0,0%		Monofusos:			0,0%	
3 fusos:			12,5%		3 fusos:			4,6%	
6 fusos:			13,5%		6 fusos:			21,5%	

Fonte: Próprio Autor

Esta mesma análise e estratificação foram realizadas para todas as Instâncias 8 a 16, e os resultados foram organizados em dois gráficos apresentados na Figura 15.

O primeiro gráfico da Figura 15 permite observar que dentre os 25% menores lotes, em praticamente todas as instâncias houve mais atribuições destes lotes pequenos para máquinas simples do que para máquinas complexas. Exceção pontual a essa observação é a Instância 10, para a qual foi atribuída quantidade pouco maior para máquinas complexas do que para máquinas simples – nessa Instância, porém, foi considerada uma composição de 60% das máquinas complexas o que diminui a disponibilidade de máquina simples para a solução do modelo preferenciar os pequenos lotes.

Figura 15 - Estratificações das demandas das instâncias 8 a 16



Obs.: a) Distribuição das 25% menores demandas. b) Distribuição das 25 % maiores demandas.  
Fonte: Próprio Autor

Ainda observando o primeiro gráfico da Figura 15, verifica-se que nas Instâncias 9, 12 e 15, as quais foram compostas de 60% de máquinas simples, as atribuições dos pequenos volumes para essas máquinas praticamente superou as atribuições de pequenos volumes às máquinas intermediárias e complexas somadas.

Já analisando o segundo gráfico da Figura 15, observa-se que exceto pela Instância 11 (composta de 60% de produtos tipo simples, logo possuindo produtos simples com maiores volumes), não houve atribuição de lotes de grandes volumes para máquinas do tipo simples. Nas Instâncias 10 e 16, ambas compostas de 60% de máquinas complexas, nem sequer houve atribuição de grandes volumes para máquinas intermediárias.

Essas constatações acerca das atribuições de lotes de pequenos e grandes volumes confirmam a hipótese (A) abordada no planejamento experimental.

Já para verificação da hipótese (B) procedeu-se de maneira semelhante, porém já partindo das classificações conhecidas do grupo de produtos. Dada a Tabela 12, sendo previamente conhecidos quais são os produtos classificados como simples, intermediários e complexos, para cada grupo de produtos verifica-se quais foram os percentuais de atribuição para cada tipo de máquina em cada instância. A Tabela 13 apresenta os resultados dessa verificação para as Instâncias 8 a 16.

A interpretação da Tabela 13 é feita escolhendo-se uma coluna de tipo de produtos por vez, e analisando-se a distribuição nesta coluna entre os tipos de máquina em cada instância. Os gráficos da Figura 16 foram produzidos com esse propósito, e permitem mais fácil entendimento em comparação entre as instâncias.

Tabela 13 - Estratificação dos produtos entre os tipos de máquinas para as instâncias 8 a 16.

Instância	Tipo de Máquina	Produtos Simples	Produtos Intermediários	Produtos Complexos
8	Simples	31,8%	10,5%	0,0%
	Intermediária	55,6%	55,0%	43,4%
	Complexa	12,6%	34,5%	56,6%
9	Simples	14,9%	19,1%	24,5%

Continuação da Tabela 13

	Intermediária	58,8%	32,9%	19,1%
	Complexa	26,3%	48,0%	56,4%
10	Simple	21,0%	10,1%	0,0%
	Intermediária	26,3%	29,1%	11,5%
	Complexa	52,7%	60,8%	88,5%
11	Simple	25,6%	0,0%	1,5%
	Intermediária	50,5%	48,6%	54,0%
	Complexa	23,9%	51,4%	44,5%
12	Simple	44,3%	2,6%	15,7%
	Intermediária	29,5%	57,7%	12,4%
	Complexa	26,2%	39,7%	71,9%
13	Simple	16,2%	8,9%	0,0%
	Intermediária	31,3%	23,8%	10,6%
	Complexa	52,5%	67,3%	89,4%
14	Simple	33,4%	18,5%	4,7%
	Intermediária	34,9%	55,5%	49,0%
	Complexa	31,7%	26,0%	46,3%
15	Simple	20,7%	26,5%	19,2%
	Intermediária	45,5%	66,1%	20,8%
	Complexa	33,8%	7,4%	60,0%
16	Simple	8,6%	29,9%	3,4%
	Intermediária	37,7%	9,1%	23,2%
	Complexa	53,7%	61,0%	73,4%

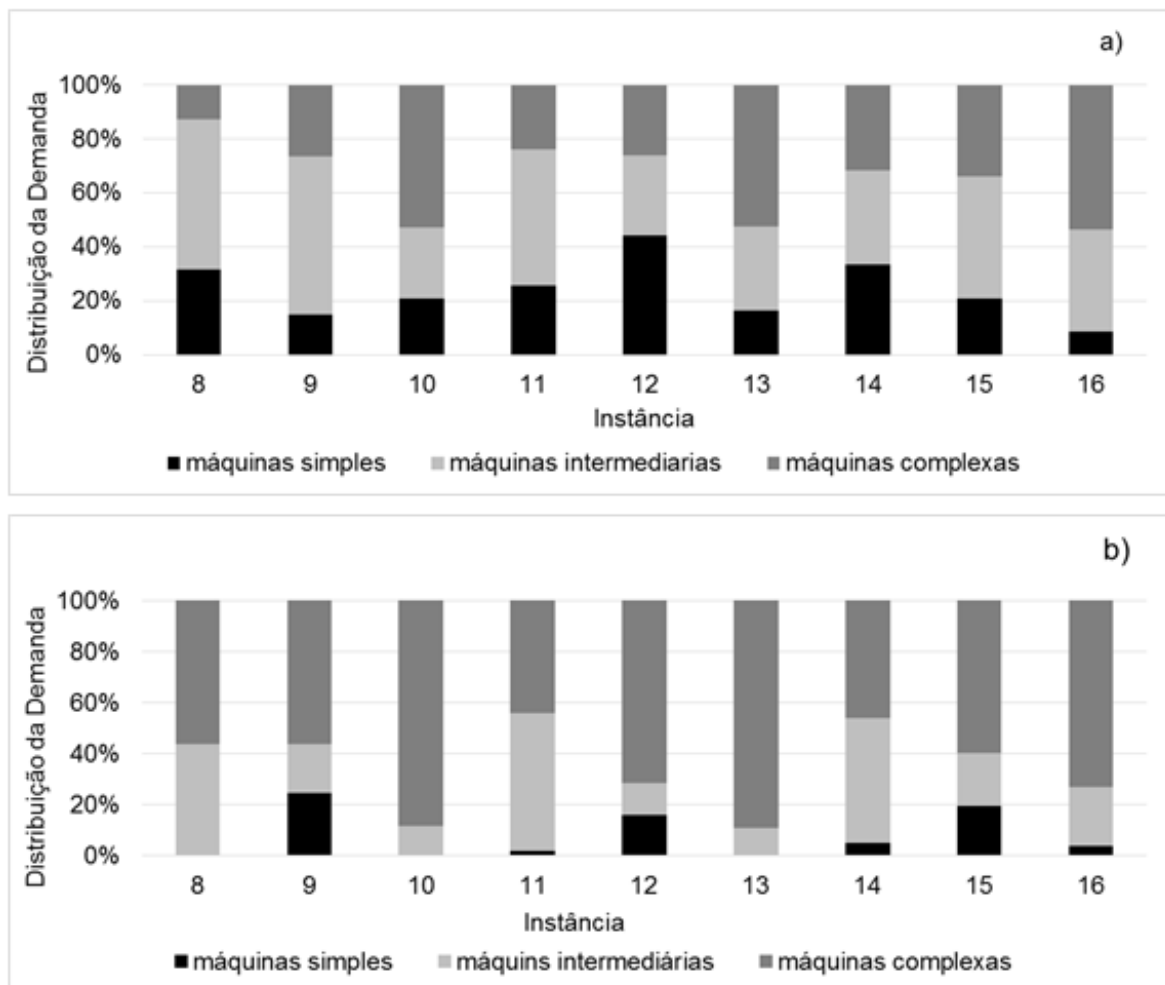
Fonte: Próprio Autor

No primeiro gráfico da Figura 16 pode-se observar que, exceto para as Instâncias 10, 13 e 16, houve predominância da atribuição de produtos tipos simples em máquinas simples e intermediárias. As Instâncias 10, 13 e 16 possuem 60% em máquinas complexas, o que limita a atribuição a máquinas tipos simples. Já o segundo gráfico permite verificar que exceto para as Instâncias 9, 11 e 15, praticamente não ocorre atribuição de produtos para processamento em máquinas simples. As Instâncias 9, 11 e 15 possuem composição em 60% de máquinas tipo

simples, o que limita a atribuição a máquinas complexas. Essas constatações confirmam a hipótese (B): produtos simples são preferencialmente atribuídos a máquinas simples, menos produtivas, enquanto produtos complexos são preferencialmente atribuídos à máquinas complexas.

Esse conjunto de constatações confirma que as soluções geradas do modelo proposto são consistentes e validam as hipóteses (A) e (B) que se propuseram verificar no planejamento experimental. Do ponto de vista computacional, esse entendimento pode ajudar com estratégias heurísticas de otimização em trabalhos futuros.

Figura 16 - Estratificação dos produtos entre os tipos de máquinas para as instâncias 8 a 16.



Fonte: Próprio Autor

### 5.3 EXPERIMENTOS COMPLEMENTARES

Os experimentos complementares foram realizados com as instâncias 17 a 20 que consideraram algumas condições de problemas específicos (como a não homogeneidade de demandas e ocorrência de menor tempo de *setup* para produtos de mesma família).

A Tabela 14 resume os parâmetros de performance verificados no *CPLEX* e a interferência da correção dos *sub-tours* para estas 4 instâncias. As Instâncias (17 a 20) foram resolvidas no *CPLEX* com tempo limite de processamento de 1.200 s. Observa-se a imposição dessas condições específicas não tivera efeito significativo sobre o tempo de processamento do *CPLEX*, nem sobre o atraso da máquina da mais lenta.

Tabela 14 - Resultados gerais da solução das instâncias 17 a 20.

Instância	<i>CPLEX</i>			Algoritmo		
	<i>gap</i> (%)	Tempo (s) até <i>gap</i> < 1,0%	<i>Lower bound</i> (h)	Nº de <i>sub-tours</i> corrigidos	<i>gap corrigido</i> (%)	<i>MA</i> (%)
17	0,99	451	305,0	4	1,58	0,72
18	0,95	425	223,3	2	1,11	0,87
19	0,27	637	226,8	2	0,87	0,12
20	0,93	649	226,8	2	1,78	1,05

Fonte: Próprio Autor

Análises mais específicas dos resultados da solução das Instâncias 17 a 20 são apresentados nos Subcapítulos 5.3.1 a 5.3.4.

#### 5.3.1 Problema com demanda não homogênea

A Instância 17 foi gerada com o produto 1 compondo 15 % da demanda total com o propósito de verificar se o aumento da demanda do produto resultaria em mais quebras de lotes e, por consequência mais tempo de *setup* e possível limitação pela restrição de ferramental.

Como pode ser observado na Tabela 14, a Instância 17 foi a que apresentou mais *sub-tours*, e maior *gap* na primeira etapa de determinação do CPLEX. A Tabela 15 apresenta as soluções do modelo para as Instâncias 9 e 17 lado a lado.

Tabela 15 - Comparação da resposta obtida no sequenciamento das instâncias 9 e 17.

Máquina	Instância 9				Instância 17			
	Sub-lote	Qtde	Setup	Produção	Sub-lote	Qtde	Setup	Produção
1	10	2.555	0,0 h	34,3 h	10	1.894	0,0 h	25,4 h
	25	9.673	1,4 h	84,4 h	3	8.594	1,1 h	58,5 h
	29	1.987	1,9 h	37,7 h	19	14.429	1,1 h	135,7 h
	11	7.656	1,6 h	75,2 h	25	9.673	1,4 h	84,4 h
	3	6.647	1,0 h	45,2 h				
	1	2.184	0,6 h	10,2 h				
2	3	1.646	0,0 h	11,9 h	3	4.568	0,0 h	32,9 h
	10	12.597	1,2 h	162,4 h	7	9.174	1,0 h	80,7 h
	15	7.782	1,3 h	116,2 h	10	13.258	1,3 h	170,9 h
					15	1.300	1,3 h	19,4 h
3	2	2.092	0,0 h	12,5 h	2	4.078	0,0 h	24,3 h
	32	1.026	1,7 h	19,5 h	29	15.690	1,9 h	281,4 h
	13	1.182	1,4 h	10,2 h				
	29	13.703	2,0 h	245,8 h				
4	1	1.695	0,0 h	9,1 h	1	10.167	0,0 h	54,8 h
	22	13.700	0,9 h	156,3 h	22	4.110	0,9 h	46,9 h
	32	6.804	1,7 h	125,0 h	11	7.656	1,2 h	72,2 h
					13	3.060	1,2 h	28,5 h
					15	6.482	1,1 h	100,9 h
5	7	11.323	0,0 h	35,1 h	7	2.149	0,0 h	6,7 h
	9	11.426	3,3 h	39,8 h	24	15.106	3,6 h	58,1 h
	1	9.676	2,3 h	14,5 h	23	12.054	3,9 h	61,5 h
	4	14.956	2,2 h	29,9 h	9	10.049	3,6 h	35,0 h
	12	21.976	2,7 h	71,0 h	2	12.656	3,1 h	23,8 h
	2	14.642	3,1 h	27,5 h	4	16.176	2,5 h	32,4 h
	24	15.106	3,3 h	58,1 h	12	21.976	2,7 h	71,0 h
6	4	3.531	0,0 h	7,3 h	4	2.311	0,0 h	4,8 h
	8	12.027	2,8 h	32,2 h	18	14.474	3,5 h	51,1 h
	6	13.681	2,6 h	34,9 h	30	18.330	5,5 h	132,9 h
	19	14.429	3,2 h	45,0 h	8	12.027	4,4 h	32,2 h
	13	8.271	3,6 h	22,9 h	13	6.393	3,5 h	17,7 h

		<b>Continuação da Tabela 15</b>							
	30	18.330	5,5 h	132,9 h	32	7.830	4,8 h	47,8 h	
	9	8.238	0,0 h	15,9 h	9	9.615	0,0 h	18,5 h	
	17	16.064	7,2 h	39,9 h	28	14.604	8,2 h	58,5 h	
	21	11.246	7,4 h	24,9 h	31	19.518	11,7 h	50,2 h	
7	23	12.054	6,9 h	28,7 h	1	71.163	7,1 h	54,8 h	
	18	14.474	7,5 h	25,8 h	6	13.681	4,4 h	16,9 h	
	28	14.604	8,5 h	58,5 h	21	11.246	7,1 h	24,9 h	
	31	19.518	11,7 h	50,2 h	17	16.064	7,4 h	39,9 h	
	5	20.380	0,0 h	22,8 h	5	20.380	0,0 h	22,8 h	
	14	17.720	5,6 h	27,7 h	26	21.984	6,0 h	59,9 h	
	26	21.986	6,5 h	59,9 h	16	21.237	7,0 h	51,9 h	
8	3	4.869	6,0 h	6,2 h	27	20.027	11,0 h	58,0 h	
	16	21.237	6,5 h	51,9 h	14	17.720	5,9 h	27,7 h	
	20	15.280	6,9 h	23,8 h	20	15.280	6,9 h	23,8 h	
	27	20.027	11,2 h	58,0 h	22	9.590	6,6 h	20,2 h	
			143,2 h				144,0 h		

Fonte: Próprio Autor

Observa-se que a solução obtida para a Instância modificada (17) não aumentou o número de sub-lotes e *setups* em relação à solução obtida para a Instância 9. O somatório dos tempos de *setup* também não se alterou. O lote original do produto em questão foi quebrado em apenas dois sub-lotes, um dos quais remanesceu com volume significativo e foi sequenciado em máquina complexa, conforme poder-se-ia esperar.

De maneira geral não foram observados problemas com a solução do problema de demanda não homogênea. O modelo gerou solução alternativa para o problema proposto, e as condições de *gap* e de atraso de máquina obtidos foram adequadas.

#### 5.2.4 Problema com *setup* de produtos de mesma família

A solução da Instância 18 que considerou os pares de produtos (1, 3) e (31, 32) como sendo de mesma família (apresentando tempos de *setup* reduzidos entre si), no formato de sequenciamento de máquina é apresentada na Tabela 16. Como pode-se observar a solução do modelo sequenciou os pares de produtos em duas máquinas complexas. Os produtos 31 e 32 (nessa ordem) foram programados para



produção em sequência na máquina 7, enquanto os produtos 3 e 1 (nessa ordem) foram programados pra produção em sequência na máquina 8.

O resultado sugere que não é necessário incluir expressões específicas no modelo – uma vez que a condição de *setup* reduzido pode ser gerenciada com pré-processamento dos dados de entrada do modelo. Esse resultado também sugere que caso haja alguma condição de precedência que force dois produtos diferentes devam ser produzidos em sequencia em alguma máquina, basta atribuir muito baixo tempo de setup para este par de produtos no pré-processamento.

Tabela 16 - Solução obtida para a instância 18.

Instância 18						
	Produto	Quantidade	Setup	Processamento	Início	Fim
Máquina 1 Simples	2	9.320	0,0 h	47,7 h	01/07 08:00 h	03/07 07:39 h
	14	3.692	0,9 h	31,3 h	03/07 07:39 h	04/07 15:51 h
	26	3.307	1,1 h	30,2 h	04/07 15:51 h	05/07 23:11 h
	20	9.157	1,2 h	112,8 h	05/07 23:11 h	10/07 17:08 h
Máquina 2 Simples	1	1.728	0,0 h	13,4 h	01/07 08:00 h	01/07 21:26 h
	6	14.183	0,8 h	45,2 h	01/07 21:26 h	03/07 19:24 h
	8	4.203	1,0 h	40,8 h	03/07 19:24 h	05/07 13:13 h
	14	5.174	1,1 h	44,6 h	05/07 13:13 h	07/07 10:53 h
	19	7.623	1,2 h	77,1 h	07/07 10:53 h	10/07 17:08 h
Máquina 3 Intermediária	5	4.325	0,0 h	9,0 h	01/07 08:00 h	01/07 17:00 h
	13	20.407	3,8 h	53,8 h	01/07 17:00 h	04/07 02:36 h
	25	13.762	3,8 h	43,4 h	04/07 02:36 h	06/07 01:43 h
	28	19.061	5,1 h	106,3 h	06/07 01:43 h	10/07 17:09 h
Máquina 4 Intermediária	3	3.307	0,0 h	5,0 h	01/07 08:00 h	01/07 13:00 h
	27	10.309	5,1 h	68,0 h	01/07 13:00 h	04/07 14:07 h
	25	2.378	4,9 h	7,5 h	04/07 14:07 h	05/07 02:33 h
	7	14.634	3,5 h	65,4 h	05/07 02:33 h	07/07 23:28 h
	17	14.427	4,1 h	62,2 h	07/07 23:28 h	10/07 17:47 h
Máquina 5 Intermediária	4	13.954	0,0 h	33,0 h	01/07 08:00 h	02/07 16:59 h
	8	6.150	3,1 h	20,7 h	02/07 16:59 h	03/07 16:43 h
	23	8.488	3,7 h	23,6 h	03/07 16:43 h	04/07 20:04 h
	5	8.686	3,4 h	16,6 h	04/07 20:04 h	05/07 16:01 h
	18	14.589	3,2 h	53,7 h	05/07 16:01 h	08/07 00:58 h
	10	18.368	3,7 h	60,5 h	08/07 00:58 h	10/07 17:09 h
Máquina 6 Intermediária	10	2.624	0,0 h	9,8 h	01/07 08:00 h	01/07 17:47 h
	12	20.531	3,8 h	51,6 h	01/07 17:47 h	04/07 01:11 h
	22	16.480	3,3 h	51,6 h	04/07 01:11 h	06/07 08:00 h
	26	8.869	3,0 h	26,4 h	06/07 08:00 h	07/07 13:30 h
	29	12.274	5,3 h	70,3 h	07/07 13:30 h	10/07 17:09 h

**Continuação da Tabela 16**

Máquina 7 Complexa	11	12.337	0,0 h	16,9 h	01/07 08:00 h	02/07 00:56 h
	24	19.060	7,0 h	47,2 h	02/07 00:56 h	04/07 07:10 h
	15	14.594	6,3 h	23,9 h	04/07 07:10 h	05/07 13:21 h
	31	23.292	9,2 h	74,2 h	05/07 13:21 h	09/07 00:45 h
	32	11.485	1,3 h	38,5 h	09/07 00:45 h	10/07 16:31 h
Máquina 8 Complexa	16	7.584	0,0 h	11,7 h	01/07 08:00 h	01/07 19:43 h
	9	17.635	6,5 h	34,9 h	01/07 19:43 h	03/07 13:05 h
	21	21.927	6,2 h	50,9 h	03/07 13:05 h	05/07 22:13 h
	3	23.149	4,6 h	17,0 h	05/07 22:13 h	06/07 19:47 h
	1	12.094	1,3 h	12,9 h	06/07 19:47 h	07/07 09:56 h
	2	5.253	4,0 h	5,2 h	07/07 09:56 h	07/07 19:11 h
	30	19.579	7,0 h	61,6 h	07/07 19:11 h	10/07 15:50 h

Fonte: Próprio Autor

### 5.2.5 Problema com incompatibilidade de produtos com máquinas

A consideração de que todos os produtos podem ser fabricados em todas as máquinas é bastante comum na literatura por ser uma abordagem mais generalista. Porém, na prática, é comum a ocorrência do inverso. Em fábricas de produção de componentes por usinagem de barras, apesar de ser possível terem-se as receitas de usinagem de todas as peças em todas as máquinas, essa prática acaba não sendo recorrentes.

As Tabelas 17 e 18 apresentam respectivamente o subconjunto  $\Omega[i][k]$  que foi atribuído com zeros para compor instância com 25 % de incompatibilidades, e o relatório de sequenciamento obtido com solução do modelo. A rotina configurada para corrigir os *sub-tours* foi então programada para também verificar a não atribuição de itens incompatíveis às máquinas. Nessa rotina foi confirmado que a solução obtida respeitara todas as restrições de incompatibilidade produto vs. máquina.

Tabela 17 - Conjunto de incompatíveis

Conjunto de combinações $i$ e $k$ incompatíveis			
$i$	$k$	$i$	$m$
2	1	24	4
5	1	25	4
7	1	27	4
10	1	28	4
15	1	29	4
1	2	30	4
4	2	17	4
6	2	18	4
7	2	21	4
10	2	22	4
15	2	4	5
16	2	6	5
20	2	9	5
23	2	13	5
26	2	18	5
32	2	19	5
2	3	21	5
8	3	24	5
12	3	31	5
14	3	13	6
16	3	19	6
17	3	1	7
20	3	5	7
22	3	11	7
23	3	32	7
25	3	11	8
26	3	27	8
3	4	28	8
8	4	29	8
9	4	30	8
12	4	31	8
14	4		

Fonte: Próprio Autor

Para 25% de incompatibilidade, ou seja, considerando-se em média cada produto podendo ser sequenciado em até 75% das máquinas disponíveis, a imposição dessa restrição não prejudicou a resposta do MPLIM, como pode ser visto na Tabela 14. O modelo gerou resposta satisfatória fornecendo solução com sequenciamento alternativo ao que seria mais otimizado com as restrições (1) relaxadas.

Tabela 18 - Solução obtida para a instância 19.

Instância 19						
	Produto	Quantidade	Setup	Processamento	Início	Fim
Máquina 1 Simples	1	1.728	0,0 h	12,5 h	01/07 08:00 h	01/07 20:27 h
	26	4.160	0,8 h	38,0 h	01/07 20:27 h	03/07 11:16 h
	14	7.306	1,1 h	61,9 h	03/07 11:16 h	06/07 02:20 h
	20	9.157	1,4 h	112,8 h	06/07 02:20 h	10/07 20:30 h
Máquina 2 Simples	2	5.553	0,0 h	31,2 h	01/07 08:00 h	02/07 15:14 h
	14	1.560	0,8 h	13,4 h	02/07 15:14 h	03/07 05:30 h
	8	10.353	1,1 h	100,5 h	03/07 05:30 h	07/07 11:07 h
	17	6.048	1,2 h	80,2 h	07/07 11:07 h	10/07 20:31 h
Máquina 3 Intermediária	3	6.468	0,0 h	9,8 h	01/07 08:00 h	01/07 17:46 h
	19	7.623	3,5 h	26,5 h	01/07 17:46 h	02/07 23:47 h
	28	19.061	5,3 h	106,3 h	02/07 23:47 h	07/07 15:22 h
	27	10.309	6,9 h	70,3 h	07/07 15:22 h	10/07 20:30 h
Máquina 4 Intermediária	4	13.954	0,0 h	32,8 h	01/07 08:00 h	02/07 16:49 h
	7	14.634	3,3 h	65,4 h	02/07 16:49 h	05/07 13:32 h
	6	12.410	2,7 h	13,3 h	05/07 13:32 h	06/07 05:36 h
	11	12.337	3,5 h	33,0 h	06/07 05:36 h	07/07 18:10 h
	2	4.554	2,7 h	9,4 h	07/07 18:10 h	08/07 06:17 h
	13	20.407	3,1 h	59,1 h	08/07 06:17 h	10/07 20:30 h
Máquina 5 Intermediária	5	13.011	0,0 h	24,9 h	01/07 08:00 h	02/07 08:51 h
	12	20.531	3,1 h	56,0 h	02/07 08:51 h	04/07 20:00 h
	17	8.379	3,7 h	40,1 h	04/07 20:00 h	06/07 15:44 h
	23	8.488	4,3 h	23,6 h	06/07 15:44 h	07/07 19:38 h
	10	20.992	3,8 h	69,1 h	07/07 19:38 h	10/07 20:30 h
Máquina 6 Intermediária	6	1.773	0,0 h	2,0 h	01/07 08:00 h	01/07 09:58 h
	30	19.579	4,1 h	119,1 h	01/07 09:58 h	06/07 13:08 h
	26	8.016	3,8 h	23,9 h	06/07 13:08 h	07/07 16:52 h
	29	12.274	5,3 h	70,3 h	07/07 16:52 h	10/07 20:31 h
Máquina 7 Complexa	31	23.292	0,0 h	74,2 h	01/07 08:00 h	04/07 10:13 h
	3	19.988	5,1 h	14,9 h	04/07 10:13 h	05/07 06:14 h
	18	14.589	5,7 h	27,8 h	05/07 06:14 h	06/07 15:40 h
	24	19.060	6,5 h	47,2 h	06/07 15:40 h	08/07 21:26 h
	16	7.584	7,5 h	9,4 h	08/07 21:26 h	09/07 14:21 h
	15	14.594	6,3 h	23,9 h	09/07 14:21 h	10/07 20:28 h
Máquina 8 Complexa	32	11.485	0,0 h	39,1 h	01/07 08:00 h	02/07 23:07 h
	1	12.094	5,3 h	12,9 h	02/07 23:07 h	03/07 17:21 h
	22	16.480	5,1 h	26,9 h	03/07 17:21 h	05/07 01:20 h
	21	21.927	6,0 h	50,9 h	05/07 01:20 h	07/07 10:14 h
	9	17.635	6,4 h	34,9 h	07/07 10:14 h	09/07 03:29 h
	2	4.466	4,7 h	4,4 h	09/07 03:29 h	09/07 12:35 h
	25	16.140	5,9 h	26,2 h	09/07 12:35 h	10/07 20:44 h

Fonte: Próprio Autor

### 5.2.6 Problema com restrição de jogos de ferramenta

Em nenhuma das instâncias anteriormente geradas o número de quebra de lotes de um produto qualquer chegara a limitar a solução do problema por falta de jogos de ferramentas. Para formular a Instância 20, adotou-se então a Instância 19, com 25% de incompatibilidades e com restrição de diversos produtos para apenas um jogo de ferramentas.

O problema combinado exigiu tempo de processamento pouco maior no *CPLEX*, mas os resultados obtidos foram adequados (Tabela 14). As Tabelas 19 e 20 apresentam respectivamente o vetor ( $F[i]$ ) parâmetro de entrada do modelo para restrição do processamento em paralelo, e o relatório de programação de produção dos lotes obtido como solução do modelo. Foi então confirmado que a solução respeitara as restrições de jogos de ferramenta, limitando a geração de sub-lotes à quantidade de jogos de ferramentas disponíveis para cada produto. Comparando-se ainda a solução obtida com a solução da Instância 19, verifica-se que o número de sub-lotes reduzira de 8 para 5 em função das condições mais restritivas. O tempo máximo de completção, porém aumentara apenas 2 h, com a máquina 10 sendo a mais lenta na Instância 19, e a máquina 5 a mais lenta da na Instância 20.

Tabela 19 - Conjunto restrição de jogos de ferramentas.

$i$	$F[i]$	$i$	$F[i]$
1	1	17	2
2	1	18	2
3	1	19	2
4	2	20	2
5	2	21	2
6	2	22	2
7	1	23	2
8	1	24	2
9	1	25	2
10	1	26	2
11	1	27	2
12	1	28	2
13	1	29	2
14	1	30	1
15	1	31	1
16	1	32	1

Fonte: Próprio Autor

Tabela 20 - Solução obtida para a instância 20.

Instância 20					
Produto	Sub-lote	Máquina	Quantidade	Início	Término
1	1	1	13.822	01/07 08:00 h	05/07 11:37 h
2	1	2	14.573	01/07 08:00 h	04/07 17:59 h
3	1	3	26.456	01/07 08:00 h	02/07 23:59 h
4	1	4	13.954	01/07 08:00 h	02/07 16:49 h
5	1	5	3.566	01/07 08:00 h	01/07 14:48 h
5	2	4	9.445	07/07 09:56 h	08/07 07:35 h
6	1	6	9.431	01/07 08:00 h	01/07 18:27 h
6	2	4	4.752	02/07 16:49 h	03/07 00:28 h
7	1	4	14.634	04/07 13:02 h	07/07 09:56 h
8	1	5	10.353	07/07 04:01 h	08/07 18:41 h
9	1	8	17.635	05/07 09:29 h	07/07 02:31 h
10	1	5	20.992	01/07 14:48 h	04/07 15:30 h
11	1	4	12.337	03/07 00:28 h	04/07 13:02 h
12	1	7	20.531	09/07 10:54 h	10/07 21:53 h
13	1	4	20.407	08/07 07:35 h	10/07 22:21 h
14	1	6	8.866	06/07 21:38 h	08/07 03:16 h
15	1	7	14.594	04/07 10:13 h	05/07 18:06 h
16	1	5	7.584	09/07 22:02 h	<b>10/07 22:47 h</b>
17	1	5	11.716	04/07 15:30 h	07/07 04:01 h
17	2	2	2.711	04/07 17:59 h	06/07 07:06 h
18	1	7	14.589	05/07 18:06 h	07/07 05:08 h
19	1	2	7.623	07/07 15:36 h	10/07 22:21 h
20	1	1	9.157	06/07 04:23 h	10/07 22:20 h
21	1	8	21.927	07/07 02:31 h	09/07 11:39 h
22	1	8	16.480	09/07 11:39 h	10/07 21:06 h
23	1	5	8.488	08/07 18:41 h	09/07 22:02 h
24	1	7	19.060	07/07 05:08 h	09/07 10:54 h
25	1	8	16.140	04/07 00:32 h	05/07 09:29 h
26	1	8	10.430	02/07 23:07 h	04/07 00:32 h
26	2	1	1.746	05/07 11:37 h	06/07 04:23 h
27	1	3	10.309	07/07 15:15 h	10/07 20:23 h
28	1	3	19.061	02/07 23:59 h	07/07 15:15 h
29	1	2	1.536	06/07 07:06 h	07/07 15:36 h
29	2	6	10.738	08/07 03:16 h	10/07 22:21 h
30	1	6	19.579	01/07 18:27 h	06/07 21:38 h
31	1	7	23.292	01/07 08:00 h	04/07 10:13 h
32	1	8	11.485	01/07 08:00 h	02/07 23:07 h

Fonte: Próprio Autor

## 5.4 DISCUSSÕES GERAIS

Os problemas de sequenciamento de lotes em máquinas paralelas com tempo de *setup* dependentes da sequência são em geral classificados como NP-difícil

(ALLAHVERDI et al., 2008). Como resultado dessa característica é normalmente impraticável resolver problemas dessa natureza através de um cálculo de otimização de um modelo de programação linear inteira (MPLIM) quando são considerados problemas “grandes” (com grandes números de máquinas e de lotes de produtos). Nos trabalhos encontrados na literatura em geral, os problemas são resolvidos com sucesso usando *softwares* comerciais com MPLIM para considerações de instâncias pequenas (poucos lotes de produtos sequenciados em poucas máquinas) – para solução de casos maiores em geral são apresentadas heurísticas com abordagens diversas que conseguem produzir soluções satisfatórias para problemas maiores com tempos de processamento da ordem de minutos.

Os resultados apresentados no Subcapítulo 5.1 demonstram que o método proposto se mostra capaz para solução de problemas grandes com até 100 lotes de produtos e 15 máquinas. Esse resultado, somado à constatação que as soluções do modelo confirmam as hipóteses A e B e que, por tanto, são consistentes com soluções que seriam esperadas por profissionais da área de usinagem de barras, solidificam a avaliação que o método proposto possa ser aplicado para solução de problemas da indústria com as características abordadas nesse estudo.

O modelo apresentado ainda gerou soluções factíveis para as considerações de demandas não homogêneas, de *setups* reduzidos pra produtos de mesma família, de produtos incompatíveis com máquinas, e de restrições de ferramental.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho tratou o problema de sequenciamento de produção de peças usinadas em um parque de máquinas de usinagem de barras multipropósito e heterogêneas. Da forma como foi abordado o problema é classificado na literatura como sequenciamento em máquinas paralelas não relacionadas, com tempo de *setup* dependente da sequencia e das máquinas, e com propriedade de quebra de lotes (*lot splitting*).

Nesse contexto este trabalho propõe um novo modelo de programação linear inteira mista, aplicado em sua forma completa (com todas as restrições) para casos pequenos (até 4 máquinas e 16 produtos), e na forma de algoritmo de duas etapas, com a solução de uma versão reduzida do MPLIM proposto (com o relaxamento de algumas restrições) seguida de uma rotina de correção de *sub-tours*.

Diferente dos modelos geralmente propostos na literatura, na formulação apresentada neste trabalho as restrições são escritas com expressões lógicas, ainda que sejam passíveis de linearização. Assim, a linearização do modelo é deixada à cargo do *software* usado para resolução dos experimentos. Esta estratégia de apresentação da formulação foi adotada com o intuito de facilitar a leitura e entendimento do modelo.

Para os experimentos numéricos foram geradas 20 instâncias, sete das quais variando as dimensões do problema para fazer uma validação da capacidade do MPLIM proposto, e as demais treze geradas com tamanho fixo de 8 máquinas por 32 produtos, com variações das quantidades demandadas para cada tipo de peça (entre simples, intermediária e complexa) e das quantidades de cada tipo de máquina (simples, intermediárias e complexas).

Na validação do modelo foi confirmada que sua aplicação completa, incluídas todas as restrições necessárias para evitar *sub-tours*, o torna limitado para casos pequenos (até 4 máquinas e 16 produtos). Esse resultado confirmou as observações de Boctor e Renaud (2015) e de Dastidar e Nagi (2005), em relação as dificuldades de resolver esse tipo de problema para instâncias grandes.



Desenvolveu-se, porém, um algoritmo de 2 etapas, com a solução do MPLIM na primeira etapa no *CPLEX* relaxando-se algumas restrições específicas originalmente formuladas para evitar *sub-tours*, seguida do tratamento da solução em rotina programada em *Matlab* para correção dos *sub-tours* e verificações das respostas obtidas. Com o algoritmo proposto conseguiram-se resolver casos grandes de até 15 máquinas por 100 produtos, com o *CPLEX* apresentando soluções para tempos de processamento de até 2 horas.

O modelo e o algoritmo propostos foram ainda testados em treze instâncias de variações de demanda e de consideração de diferentes tipos de restrições. Nas análises de variações de demanda foi observado que as respostas do modelo são confirmativas do conhecimento tácito de gestores de processos de usinagem de barras. Nas verificações das diferentes restrições confirmaram-se adequada performance do modelo em condições de sequenciamento de: demandas heterogêneas; produtos de mesma família com tempo de *setup* reduzido entre si; produtos com restrições à máquinas específicas; e restrições para o número máximo de quebra de lotes.

## 6.1 TRABALHOS FUTUROS

As conclusões obtidas sobre o comportamento das soluções podem ser usadas com indicativo de soluções de boa qualidade para uma heurística, a exemplo do realizado pelos autores de estudos equivalentes para processos de injeção de plástico que foram adotados como inspiração e referência nesse trabalho. Para estudos futuros propõe-se o desenvolvimento de uma heurística baseada nas conclusões obtidas neste trabalho, com desafio de resolver problemas maiores que 15 máquinas por 100 produtos.

## REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE MÁQUINAS. **Informativo mensal nº 180**: Medidas do Governo. São Paulo: 2014. Disponível em: <<http://www.abimaq.org.br/site.aspx/Abimaq-Informativo-Mensal-Infomaq?SumarioClipping=47>>. Acesso em: 01 nov. 2017.
- ABDULLAH, S.; NEZHAD, M. A. Fuzzy job-shop scheduling problems: A review. **Information Sciences**, n. 278, p. 380-407, 2014.
- AKKIRAJU, R. et al. An agent-based approach for scheduling multiple machines. **Applied Intelligence**, n. 14, p. 135-144, 2001.
- ALLAHVERDI, A. A survey of scheduling problems with no-wait in process. **European Journal of Operational Research**, v. 255, n. 3, p. 665-686, 2016.
- ALLAHVERDI, A.; GUPTA, J. N. D.; ALDOWAISAN, T. A review of scheduling research involving setup considerations. **Omega - The International Journal of Science**, v. 27, n. 2, p. 219-239, 1999.
- ALLAHVERDI, A. et al. A survey of scheduling problems with setup times or costs. **European Journal of Operations Research**, v. 187, n. 3, p. 985-1032, 2008.
- ANAND, E.; PANNEERSELVAM, R. T. Literature review of open shop scheduling. **Intelligent Information Management**, v. 7, p. 33-52, 2015.
- AYAG, Z. A hybrid approach to machine-tool selection through AHP and simulation. **International Journal of Production Research**, v. 45, n. 9, p. 2029-2050, 2007.
- BOCTOR, F. F; RENAUD, J. Scheduling jobs of an extrusion facility. In: CONGRES INTERNATIONAL DE GENIE INDUSTRIEL. 11., 2015, Quebeque. Disponível em: <<https://pdfs.semanticscholar.org/0d89/25ebe05fbbf37f16bcf1ef7a2fe26cf52db0.pdf>>. Acesso em: 12 maio 2017.
- BRACALENTE. **Website comercial**: foto de portfólio – peças de instrumentos hospitalares usinadas com precisão. Disponível em: <<https://www.bracalente.com/portfolio/precision-machined-medical-parts/>>. Acesso em: 19 nov. 2017.
- CAMPATELLI, G.; LORENZINI, L; SCIPPA, A. Optimization of process parameters using a response surface method for minimizing power consumption in the milling of carbon steel. **Journal of Cleaner Production**, v. 66, p. 309-3016, 2014.
- CHANDRASHEKER, J.; MANDA, M.; KUMAR, D. V. Optimization of cutting parameters for turning AISI 316 stainless steel based on Taguchi Method. **IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering**, v. 14, n. 1, p. 01-09, 2017.
- CHAUDHRY, I. A.; KHAN, A. A. A research survey: review of flexible job shop scheduling techniques. **International Transactions in Operational Research**, v. 23, p. 551-591, 2016.

CHEN, Z. L.; POWELL, W. B. Exact algorithms for scheduling multiple families of jobs on parallel machines. **Naval Research Logistics**, v. 50, p. 823-840, 2003.

CHENG, T. C. E.; SIN, C. C. S. A state-of-the-art review of parallel-machine scheduling research. **European Journal of Operational Research**, v. 47, p. 271-292, 1990.

COFIL, K. et al. Simultaneous lot sizing and scheduling problems: a classification and review of models. **Operational Research Spectrum**, v. 39, p. 1-64, 2017.

CORRÊA, R. A.; NAVEIRO, R.M. **Tendências tecnológicas para máquinas ferramenta de alta velocidade - HSM/HSC**. 2013. Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica) - Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

CUCCHI GIOVANNI. **Website comercial**: foto de portfólio de produtos - alimentador automático de barras para máquina multifuso. Disponível em: <<http://www.cucchigiovanni.com/sitoEN/automatic-bar-loaders-for-multi-spindle-lathes-cmsp.html>>. Acesso em: 20 nov. 2017.

DASTIDAR, S. G.; NAGI, R. Scheduling injection molding operations with multiple resources constraints and sequence dependent setup times and costs. **Computers & Operations Research**, v. 32, p. 2987-3005, 2005.

DOLGUI, A. et al. Balancing large-scale machining lines with multi-spindle heads using decomposition. **International Journal of Production Research**, v. 44, n. 18-19, p. 4105-4120, 2006.

DOLGUI, A.; GUSCHINSKY, N.; LEVIN, G. Graph approach for optimal design of transfer machine with rotary table. **International Journal of Production Research**, v. 47, n. 2, p. 321-341, 2009.

EOM, D. H. et al. Scheduling jobs on parallel machines with sequence-dependent family setup times. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 19: p. 926-932, 2002.

FERRARI, A. V. F. **A anatomia dos tornos automáticos de acionamento mecânico**: material didático produzido sob o patrocínio da Ergomat Ind. e Com. Ltda. 2004, São Paulo, Brasil. Disponível em: <[http://www.tornoautomatico.com.br/downloads/Anatomia\\_tornos.pdf](http://www.tornoautomatico.com.br/downloads/Anatomia_tornos.pdf)>. Acesso em: 13 nov. 2017.

FERRARI, A. V. F. **Os rumos da indústria de manufatura brasileira**. Usinagem Brasil web page. 2016, São Paulo, Brasil. Disponível em: <<http://www.usinagem-brasil.com.br/10617-os-rumos-da-industria-de-manufatura-brasileira/>>. Acesso em: 19 nov. 2017.

FUNDAÇÃO DOM CABRAL. **Blog espaço diálogo**: Brasil ocupa a antepenúltima posição em Ranking Mundial de Competitividade. 2017, São Paulo, Brasil. Disponível em: <<http://www.fdc.org.br/blogespacodialogo/Lists/Postagens/Post.aspx?ID=609>>. Acesso em: 19 nov. 2017.

GUSCHINSKAYA, O. et al. Scheduling for multi-splindle head machines with a mobile table. 2007, In: **Research Report 2007-500-002**, Ecole Nationale Supérieure des Mines, Industrial Engineering and Computer Sciences Division (G21). Disponível em: <<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.407.9231&rep=rep1&type=pdf>>. Acesso em: 14 nov. 2017.

HANSON, K. Maximizing with multispindles. 2016, In: **Cutting Tool Engineering Magazine**. Disponível em: <<https://www.ctemag.com/news-videos/articles/maximizing-multispindles>>. Acesso em: 18 nov. 2017.

IBM. **Developer Works Community Blog**. Disponível em: <[https://www.ibm.com/developerworks/community/blogs/jfp/entry/what\\_is\\_the\\_gap3?lang=en](https://www.ibm.com/developerworks/community/blogs/jfp/entry/what_is_the_gap3?lang=en)>. Acesso em: 11 jan. 2018.

INDEX-TRAUB. **Website comercial**: foto de portfólio: torno automático multifuso CNC. Disponível em: <<https://www.index-traub.com/en/index/multi-spindle-automatics/ms22c/>>. Acesso em: 20 nov. 2017.

JEONG, B.; KIM, S. W.; LEE, Y. J. An assembly scheduler for TFT LCD manufacturing. **Computers and Industrial Engineering**, v. 41, p. 37-58, 2001.

KIM, D. W. et al. Unrelated parallel machine scheduling with setup times using simulated annealing. **Robotics and Computer-Integrated Manufacturing**, v. 18, p. 223-231, 2002.

KIM, D. W.; NA, D. G.; CHEN, F. F. Unrelated parallel machine scheduling with setup times and a total weighted tardiness objective. **Robotics and Computer-Integrated Manufacturing**, v. 19, p. 173-181, 2003.

KIM, Y. D. *et al.* Parallel machine scheduling considering a job splitting property. **International Journal of Production Research**, v. 42, n. 21, p. 4531-4546, 2004.

KOULAMAS, C. The single-machine total tardiness scheduling problem: Review and extensions. **European Journal of Operational Research**, v. 202, p. 1-7, 2010.

LASI, H., et al. Industry 4.0. **Business & Information Systems Engineering**, v. 4, p. 239-242, 2014.

MALLIKARJUNA, K.; VENKATESH, G.; SOMANATH, B. A review on job shop scheduling using non-conventional optimization algorithm. **International Journal of Engineering Research and Applications**, v. 4, n. 3, p. 11-19, 2014.

MOHAMMED, M. H.; IBRAHIM, R. H. Optimization of sustainable cutting conditions in turning carbon steel by CNC turning machine. **Journal of Materials Science and Engineering**, v. 6, p. 319-327, 2017.

ROSSIT, D. A.; TOHMÉ, F.; FRUTOS, M. The non-permutation flow-shop scheduling problem: A literature review. **Omega The International Journal of Management Science**, no prelo, 2017.

CAPGEMINI. **Smart Factories: How can manufacturers realize the potential of digital industrial revolution**. 2006, By Digital Transformation Institute. Disponível

em: <[https://abm-website-assets.s3.amazonaws.com/mbtmag.com/s3fs-public/smart\\_factories-how\\_can\\_manufacturers\\_realize\\_the\\_potential\\_of\\_digital\\_industrial\\_revolution.pdf](https://abm-website-assets.s3.amazonaws.com/mbtmag.com/s3fs-public/smart_factories-how_can_manufacturers_realize_the_potential_of_digital_industrial_revolution.pdf)>. Acesso em: 19 nov. 2017.

SARDIÑAS, R. Q.; SANTANA, M. R.; BRINDIS, E. A. Genetic algorithm-based multi-objective optimization of cutting parameters in turning processes. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v. 19, n. 2, p. 127-133, 2006.

SCHNEIDER, G. **Cutting tool applications**. ASM International, 2002. Disponível em: <<http://www.opensourcemachine.com/archive-manuals/Cutting-Tool-Applications.pdf>>. Acesso em: 10 out. 2017.

SHIM, S. O.; KIM, Y. D. A branch and bound algorithm for an identical parallel machine scheduling problem with a job splitting property. **Computers & Operations Research**, v. 35, p. 863-875, 2008.

SILVA, C.; KLEMENT, N.; GIBRAU, O. A generic decision support tool for lot sizing and scheduling problems with setup and due dates. International Joint Conference - CIO-ICIEOM-IIE-AIM, San Sebastian, Spain. In: Viles E., Ormazábal M., Lleó A. (eds) **Closing the Gap Between Practice and Research in Industrial Engineering**, Springer, Cham, p. 131-138, 2016.

SILVA, C.; FERREIRA, L. M. Microplano – a scheduling support system for the plastic injection industry. In: Ferreira J.J.P. (eds) **E-Manufacturing: Business Paradigms and Supporting Technologies**, Springer, Boston, p. 81-89, 2004.

SUN, Y. et al. Multi-objective optimization algorithms for flow shop scheduling problem: a review and prospects. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 55, p. 723-739, 2011.

TN-GROUPS. **Website comercial**: foto de portfólio - peças produzidas por usinagem de barras. Disponível em: <<http://www.tn-groups.com/precision-cnc-lathe-machine-parts/>>. Acesso em: 20 nov. 2017.

XING, W.; ZHANG, J. Parallel machine scheduling with splitting jobs. **Discrete Applied Mathematics**, v. 103, p. 259-269, 2000.

YALAOUI, F.; CHU, C. An efficient heuristic approach for parallel machine scheduling with job splitting and sequence-dependent setup times. **IIE Transactions**, v. 35, p. 183-190, 2003.

YENISEY, M. M.; YAGMAHAN, B. Multi-objective permutation flow shop scheduling problem: Literature review, classification and current trends. **Omega The International Journal of Management Science**, v. 45, p. 119-135, 2014.

ZHANG, J. et al. Review of job shop scheduling research and its new perspectives under Industry 4.0. **Journal of Intelligent Manufacturing**, no prelo, 2017.

APÊNDICE A - Tabelas de parâmetros utilizados nas instâncias 1 a 7

Tabela 1 - Demanda de produção de cada produto para as instâncias 1 a 5

Produto	Instância 1		Instância 2		Instância 3		Instância 4		Instância 5	
	$D[i]$		$D[i]$		$D[i]$		$D[i]$		$D[i]$	
	peças	%	peças	%	peças	%	peças	%	Peças	%
1	53.299	11,1	41.688	8,7	19.289	4,0	21.721	4,5	13.555	2,8
2	42.701	8,9	54.312	11,3	36.707	7,6	30.241	6,3	16.734	3,5
3	28.668	6,0	30.639	6,4	40.004	8,3	30.394	6,3	13.162	2,7
4	37.350	7,8	42.658	8,9	25.000	5,2	13.644	2,8	18.487	3,9
5	50.225	10,5	42.874	8,9	34.838	7,3	30.285	6,3	20.381	4,2
6	69.927	14,6	19.246	4,0	23.336	4,9	30.008	6,3	13.681	2,9
7	70.281	14,6	43.041	9,0	30.285	6,3	20.292	4,2	11.177	2,3
8	31.550	6,6	42.648	8,9	39.154	8,2	26.777	5,6	11.873	2,5
9	48.220	10,0	28.839	6,0	32.251	6,7	13.218	2,8	19.411	4,0
10	47.780	10,0	38.056	7,9	24.546	5,1	18.982	4,0	14.957	3,1
11			39.408	8,2	23.485	4,9	29.155	6,1	7.558	1,6
12			56.592	11,8	27.993	5,8	26.611	5,5	21.694	4,5
13					27.112	5,6	30.056	6,3	9.331	1,9
14					26.110	5,4	23.801	5,0	17.336	3,6
15					32.146	6,7	11.032	2,3	7.613	1,6
16					37.743	7,9	27.783	5,8	20.776	4,3
17							26.921	5,6	15.716	3,3
18							22.129	4,6	14.160	3,0
19							23.612	4,9	14.117	2,9
20							23.338	4,9	14.949	3,1
21									11.003	2,3
22									13.403	2,8
23									11.793	2,5
24									14.778	3,1
25									9.463	2,0
26									21.508	4,5
27									21.151	4,4
28									15.423	3,2
29									16.570	3,5
30									19.358	4,0
31									20.612	4,3
32									8.270	1,7
Total	480.001	100,0	480.001	100,0	479.999	100,0	480.000	100,0	480.000	100,0

Fonte: Próprio Autor

Tabela 2 - Demanda de produção de cada produto para a instância 6

Instância 6						
Produto	$D[i]$		Produto	$D[i]$		
	peças	%		Peças	%	
1	9.046	1,9	35	11.202	2,3	
2	9.330	1,9	36	4.212	0,9	
3	5.712	1,2	37	6.820	1,4	
4	4.428	0,9	38	10.258	2,1	
5	6.299	1,3	39	6.829	1,4	
6	9.565	2,0	40	9.066	1,9	
7	9.659	2,0	41	7.722	1,6	
8	8.388	1,7	42	4.133	0,9	
9	10.511	2,2	43	8.906	1,9	
10	10.388	2,2	44	8.926	1,9	
11	4.410	0,9	45	9.313	1,9	
12	8.265	1,7	46	6.829	1,4	
13	7.947	1,7	47	8.048	1,7	
14	4.590	1,0	48	9.737	2,0	
15	11.327	2,4	49	10.975	2,3	
16	8.080	1,7	50	4.389	0,9	
17	10.302	2,1	51	4.731	1,0	
18	4.540	0,9	52	9.092	1,9	
19	6.177	1,3	53	9.996	2,1	
20	9.327	1,9	54	11.766	2,5	
21	5.133	1,1	55	4.944	1,0	
22	9.226	1,9	56	6.836	1,4	
23	7.170	1,5	57	9.301	1,9	
24	10.256	2,1	58	6.925	1,4	
25	9.341	1,9	59	10.782	2,2	
26	7.142	1,5	60	6.263	1,3	
27	6.482	1,4				
28	6.807	1,4				
29	11.498	2,4				
30	7.748	1,6				
31	7.637	1,6				
32	7.731	1,6				
33	11.711	2,4				
34	5.827	1,2				
			Total	480.001	100,0	

Fonte: Próprio Autor

Tabela 3 - Demanda de produção de cada produto para a Instância 7

Instância 7								
Produto	$D[i]$		Produto	$D[i]$		Produto	$D[i]$	
	peças	%		peças	%		peças	%
1	5.150	1,1	35	2.940	0,6	68	3.074	0,6
2	6.391	1,3	36	4.527	0,9	69	6.440	1,3
3	7.166	1,5	37	3.822	0,8	70	4.476	0,9
4	3.147	0,7	38	6.541	1,4	71	3.731	0,8
5	5.340	1,1	39	4.686	1,0	72	4.547	0,9
6	4.843	1,0	40	7.097	1,5	73	3.001	0,6
7	2.558	0,5	41	3.430	0,7	74	3.179	0,7
8	4.182	0,9	42	3.842	0,8	75	7.255	1,5
9	3.308	0,7	43	3.247	0,7	76	7.326	1,5
10	6.467	1,3	44	3.200	0,7	77	5.409	1,1
11	4.053	0,8	45	6.889	1,4	78	2.816	0,6
12	5.139	1,1	46	5.432	1,1	79	3.696	0,8
13	3.326	0,7	47	5.281	1,1	80	4.292	0,9
14	5.506	1,1	48	3.244	0,7	81	6.427	1,3
15	3.812	0,8	49	6.807	1,4	82	2.506	0,5
16	5.767	1,2	50	5.645	1,2	83	2.641	0,6
17	5.942	1,2	51	4.280	0,9	84	3.254	0,7
18	6.236	1,3	52	5.098	1,1	85	5.590	1,2
19	4.750	1,0	53	4.537	0,9	86	5.991	1,2
20	2.917	0,6	54	2.897	0,6	87	5.583	1,2
21	3.667	0,8	55	3.722	0,8	88	4.625	1,0
22	7.110	1,5	56	3.136	0,7	89	5.093	1,1
23	3.281	0,7	57	3.440	0,7	90	3.873	0,8
24	6.670	1,4	58	3.723	0,8	91	6.055	1,3
25	5.223	1,1	59	4.615	1,0	92	3.351	0,7
26	7.527	1,6	60	2.765	0,6	93	5.773	1,2
27	2.908	0,6	61	7.057	1,5	94	3.325	0,7
28	4.742	1,0	62	7.268	1,5	95	4.225	0,9
29	3.052	0,6	63	4.985	1,0	96	5.475	1,1
30	7.355	1,5	64	4.976	1,0	97	6.227	1,3
31	2.538	0,5	65	4.214	0,9	98	2.826	0,6
32	6.414	1,3	66	7.044	1,5	99	6.953	1,4
33	6.627	1,4	67	4.372	0,9	100	6.206	1,3
34	6.886	1,4						
Total							480.000	100,0

Fonte: Próprio Autor



## APÊNDICE B - Tabelas de parâmetros utilizados nas instâncias 8 a 17

Tabela 1 - Demanda de produção e tempo de processamento (TPS) para cada produto para as instâncias 8 a 10.

Tipo	Produto	Instância 8			Instância 9			Instância 10		
		$D[i]$		TPS (s)	$D[i]$		TPS (s)	$D[i]$		TPS (s)
		peças	%		peças	%		peças	%	
Simples	1	13.823	2,9	25,5	13.555	2,8	17,5	23.390	4,9	10,6
	2	14.573	3,0	19,3	16.734	3,5	20,9	9.714	2,0	27,2
	3	26.456	5,5	16,3	13.162	2,7	25,9	10.887	2,3	20,7
	4	13.954	2,9	25,5	18.487	3,9	21,9	14.569	3,0	14,2
	5	13.011	2,7	22,5	20.380	4,2	24,1	22.069	4,6	17,1
	6	14.183	3,0	11,5	13.681	2,9	27,5	15.371	3,2	20,1
Intermed.	7	14.634	3,0	52,3	11.323	2,4	33,5	8.028	1,7	31,0
	8	10.353	2,2	36,3	12.027	2,5	28,9	17.324	3,6	34,3
	9	17.635	3,7	41,8	19.664	4,1	39,6	15.910	3,3	31,0
	10	20.992	4,4	37,9	15.152	3,2	47,4	10.057	2,1	29,5
	11	12.337	2,6	29,7	7.656	1,6	35,4	15.249	3,2	28,2
	12	20.531	4,3	27,1	21.976	4,6	34,9	21.493	4,5	51,2
	13	20.407	4,3	28,5	9.453	2,0	30,5	21.519	4,5	46,9
	14	8.866	1,8	31,4	17.720	3,7	33,7	8.823	1,8	51,9
	15	14.594	3,0	35,3	7.782	1,6	53,8	18.848	3,9	30,5
	16	7.584	1,6	30,9	21.237	4,4	52,8	13.739	2,9	37,6
	17	14.427	3,0	46,6	16.064	3,3	53,7	13.145	2,7	34,5
	18	14.589	3,0	39,8	14.474	3,0	38,5	21.043	4,4	27,9
	19	7.623	1,6	36,4	14.429	3,0	33,7	15.281	3,2	32,0
	20	9.157	1,9	44,3	15.280	3,2	33,6	10.654	2,2	47,2
	21	21.927	4,6	50,1	11.246	2,3	47,8	11.650	2,4	39,0
	22	16.480	3,4	33,8	13.700	2,9	41,1	11.564	2,4	51,9
	23	8.488	1,8	30,1	12.054	2,5	51,4	8.891	1,9	39,6
	24	19.060	4,0	53,5	15.106	3,1	41,6	12.997	2,7	30,8
	25	16.140	3,4	34,1	9.673	2,0	31,4	18.246	3,8	44,0
	26	12.176	2,5	32,2	21.986	4,6	58,8	13.540	2,8	47,1
Complexos	27	10.309	2,1	71,2	20.027	4,2	62,6	13.433	2,8	78,3
	28	19.061	4,0	60,2	14.604	3,0	86,5	19.149	4,0	75,8
	29	12.274	2,6	61,9	15.690	3,3	66,4	10.197	2,1	78,8
	30	19.579	4,1	68,0	18.330	3,8	78,3	11.003	2,3	57,2
	31	23.292	4,9	62,9	19.518	4,1	55,5	15.883	3,3	75,9
	32	11.485	2,4	72,4	7.830	1,6	67,2	26.334	5,5	80,1
Total		480.000	100,0		480.000	100,0		480.000	100,0	

Fonte: Próprio Autor

Tabela 2 - Demanda de produção e tempo de processamento (TPS) para cada produto para as Instâncias 11 a 13.

Tipo	Produto	Instância 11			Instância 12			Instância 13		
		$D[i]$		TPS (s)	$D[i]$		TPS (s)	$D[i]$		TPS (s)
		peças	%		peças	%		peças	%	
Simples	1	20.345	4,2	11,4	19.718	4,1	20,8	11.435	2,4	25,5
	2	21.625	4,5	19,0	15.231	3,2	28,2	11.034	2,3	19,3
	3	17.775	3,7	27,8	13.385	2,8	14,5	20.167	4,2	16,3
	4	18.967	4,0	15,6	17.173	3,6	11,2	10.636	2,2	25,5
	5	18.746	3,9	20,7	19.355	4,0	26,2	9.918	2,1	22,5
	6	13.454	2,8	14,1	17.104	3,6	17,4	10.881	2,3	11,5
	7	17.425	3,6	23,8	9.252	1,9	14,5	17.033	3,5	24,6
	8	10.122	2,1	14,2	18.926	3,9	12,1	12.050	2,5	14,6
	9	18.187	3,8	20,0	17.903	3,7	24,1	20.526	4,3	18,7
	10	8.019	1,7	23,5	17.580	3,7	26,4	24.033	5,0	15,7
	11	11.715	2,4	28,5	12.929	2,7	26,7	14.359	3,0	9,9
	12	8.235	1,7	27,2	15.807	3,3	16,3	23.106	4,8	10,5
	13	9.004	1,9	20,6	9.738	2,0	11,7	23.348	4,9	10,1
	14	19.958	4,2	10,7	15.764	3,3	24,1	10.319	2,1	11,6
	15	18.018	3,8	11,7	15.678	3,3	24,3	16.986	3,5	14,6
	16	12.321	2,6	14,2	9.202	1,9	26,7	9.827	2,0	11,1
	17	21.870	4,6	27,2	11.373	2,4	11,4	16.899	3,5	22,0
	18	8.059	1,7	14,5	15.775	3,3	13,0	16.980	3,5	16,6
	19	14.156	2,9	23,9	16.106	3,4	9,1	8.873	1,8	13,8
Intermed.	20	11.737	2,4	34,8	8.827	1,8	51,2	8.499	1,8	44,3
	21	16.849	3,5	54,6	18.550	3,9	53,8	20.352	4,2	50,1
	22	17.243	3,6	38,9	7.572	1,6	49,2	15.296	3,2	35,7
	23	9.145	1,9	32,6	19.926	4,2	41,7	7.879	1,6	32,7
	24	13.177	2,7	32,3	14.465	3,0	32,3	17.551	3,7	53,5
	25	12.589	2,6	49,2	17.010	3,5	50,1	14.981	3,1	34,0
	26	15.261	3,2	43,7	9.651	2,0	54,5	11.302	2,4	32,2
Complexos	27	18.613	3,9	65,8	11.458	2,4	69,5	10.109	2,1	71,2
	28	19.311	4,0	81,8	15.109	3,1	78,5	19.061	4,0	63,0
	29	11.943	2,5	71,6	22.086	4,6	81,0	12.274	2,6	61,9
	30	18.156	3,8	76,7	14.046	2,9	62,8	19.551	4,1	65,7
	31	17.778	3,7	80,8	11.865	2,5	69,5	23.250	4,8	62,9
	32	10.197	2,1	65,8	21.436	4,5	85,6	11.485	2,4	72,4
Total		480.000	100,0		480.000	100,0		480.000	100,0	

Fonte: Próprio Autor

Tabela 3 - Demanda de produção e tempo de processamento (TPS) para cada produto para as Instâncias 14 a 16.

Tipo	Produto	Instância 14			Instância 15			Instância 16		
		$D[i]$		TPS (s)	$D[i]$		TPS (s)	$D[i]$		TPS (s)
		peças	%		peças	%		peças	%	
Simples	1	10.934	2,3	28,4	13.555	2,8	17,8	18.396	3,8	23,0
	2	19.426	4,0	19,8	16.734	3,5	21,0	16.555	3,4	16,9
	3	13.366	2,8	12,1	13.162	2,7	25,2	25.019	5,2	26,0
	4	16.682	3,5	16,0	18.487	3,9	22,3	11.028	2,3	14,4
	5	14.869	3,1	26,7	20.381	4,2	24,1	12.273	2,6	16,6
	6	20.720	4,3	21,4	13.681	2,9	27,5	12.731	2,7	24,3
Intermed.	7	10.691	2,2	48,2	11.177	2,3	32,6	22.204	4,6	26,5
	8	11.043	2,3	45,7	11.873	2,5	28,9	9.363	2,0	36,9
	9	15.989	3,3	36,2	19.411	4,0	39,6	8.383	1,7	54,9
	10	17.496	3,6	53,2	14.957	3,1	47,4	17.792	3,7	56,1
	11	6.696	1,4	29,8	7.558	1,6	35,4	18.519	3,9	29,5
	12	17.311	3,6	39,7	21.694	4,5	34,9	8.766	1,8	34,9
	13	16.774	3,5	42,6	9.331	1,9	30,9	10.973	2,3	29,5
Complexos	14	17.940	3,7	80,7	17.336	3,6	61,1	19.228	4,0	83,5
	15	16.064	3,3	71,1	7.613	1,6	80,7	13.410	2,8	74,6
	16	18.966	4,0	74,9	20.776	4,3	81,7	12.003	2,5	80,1
	17	14.366	3,0	71,5	15.716	3,3	82,0	19.395	4,0	66,7
	18	21.988	4,6	78,8	14.160	3,0	67,4	18.251	3,8	53,5
	19	10.265	2,1	68,9	14.117	2,9	61,0	12.299	2,6	79,5
	20	16.377	3,4	69,9	14.949	3,1	61,6	11.945	2,5	79,4
	21	21.710	4,5	77,7	11.003	2,3	74,9	18.748	3,9	76,0
	22	19.369	4,0	83,4	13.403	2,8	67,3	10.671	2,2	70,6
	23	8.627	1,8	73,6	11.793	2,5	83,7	15.691	3,3	71,5
	24	8.897	1,9	78,0	14.778	3,1	70,6	18.639	3,9	74,6
	25	16.461	3,4	60,1	9.463	2,0	60,0	21.693	4,5	82,3
	26	12.413	2,6	56,6	21.508	4,5	85,5	7.935	1,7	63,4
	27	14.991	3,1	58,8	21.151	4,4	62,6	13.727	2,9	62,0
	28	16.192	3,4	56,7	15.423	3,2	86,5	12.641	2,6	62,7
	29	9.645	2,0	78,6	16.570	3,5	64,6	20.191	4,2	89,5
	30	14.864	3,1	73,2	19.358	4,0	78,3	9.705	2,0	59,0
	31	15.084	3,1	60,6	20.612	4,3	55,5	10.023	2,1	81,4
	32	13.784	2,9	87,4	8.270	1,7	67,2	21.803	4,5	77,0
Total		480.000	100,0		480.000	100,0		480.000	100,0	

Fonte: Próprio Autor

## ANEXO A - Modelo proposto por Boctor e Renaud (2015)

Dados de entrada:

$T$ : conjunto de períodos (dias corridos) disponíveis para execução do programa,  
 $T = \{1; 2; \dots; t\}; \tau \in T; t = |T|;$

$N$ : conjunto de lotes de produtos a serem produzidos,  $N = \{1; 2; \dots; n\}; i, j \in N; n = |N|;$

$N'$ : conjunto de lotes de produtos virtuais para representar o uso de 2 máquinas em simultaneidade para fabricação do mesmo produto (coextrusão),  
 $N' = \{1; 2; \dots; n\}; n = |N'|;$

$K$ : conjunto de máquinas extrusoras disponíveis,  $K = \{1; 2; \dots; m\}; k \in K; m = |K|;$

$K_i$ : conjunto de máquinas extrusoras capazes de produzir o produto  $i$ ,  $i \in N; K_i \in K;$

$K_{ij}$ : conjunto de máquinas extrusoras capazes de produzir os produtos  $i$  e  $j$ ,  
 $i, j \in N; K_j \in K; K_{ij} = K_i \cap K_j;$

$F$ : conjunto de moldes de extrusão disponíveis,  $F = \{1; 2; \dots; f\}; f = |F|;$

$N_r$ : conjunto de lotes de produtos (reais e virtuais) que requerem o molde  $r$   
 $(r = 1, 2, \dots, f), r \in F;$

$I_k$ : conjunto de lotes de produtos (reais e virtuais) que podem ser processados na máquina  $k$ ;

$l_i$ : data de entrega (prazo) do lote  $i$ ;

$w_i$ : penalidade por dia de atraso na entrega do lote  $i$ ;

$Q_{ik}$ : tempo de processamento da demanda total de cada lote  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) em cada máquina  $k$  ( $k = 1, 2, \dots, m$ ), não incluído o tempo de *setup*;

$j_i$ : produto virtual associado ao produto  $i$  para ser produzido por coextrusão;

$s$ : tempo de troca de um molde de extrusão (considerado constante e independente da máquina e do molde)  $s \in \mathbb{R}_+$ ;

$s_{ij}$ : tempo de *setup* necessário para mudar a produção do produto  $i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) para o produto  $j$  ( $j=1,2,\dots,n: i \neq j$ ) em qualquer máquina, não incluído o tempo de troca de molde (representa o tempo de limpeza da rosca da extrusora, e é adotado como independente da máquina),  $s_{ij} \in \mathbb{R}_+$  e  $s_{ii} = 0$ ;

$s_{0j}$ : representa o tempo de *setup* da condição inicial, para a primeira peça atribuída a máquina, enquanto  $s_{i0}$  representa o tempo de *setup* final, condição para a qual vai a máquina após ter completo o lote do último produto atribuído, sendo assumido o estado 0 um nó virtual, interpretado como uma condição de máquina em manutenção, sendo considerado em todos os casos  $s_{i0} = 0, \forall i \in N$  – assume-se que ao término do período, as máquinas são limpas e o tempo  $s_{i0}$  não impacta no plano de produção. Já o tempo  $s_{0j}$  é um dado de entrada do problema, sendo sempre  $s_{ij} > s_{i0} > 0; \forall i, j \in N: i \neq j$ ;

$s_{ij}$  respeita ainda a propriedade da desigualdade triangular: sejam os produtos  $i, j$  e  $z$  ( $i, j, z = 1, 2, \dots, n: i \neq j \neq z$ ) então  $s_{ij} + s_{jz} \geq s_{iz}$ ;

$u_k$ : limite do número de produtos que podem ser atribuídos à máquina  $k$ ,  $u_k \leq |I_k|$ ;

$M$ : número constante muito grande;

### Variáveis de decisão:

$x_{jk\tau}$ : Variável que assume o valor 1 se o produto do tipo  $i$  é produzido na máquina  $k$  no período  $\tau$  ( $\tau = 1, 2, \dots, t$ ) e 0 caso contrário;

$y_{ij}$ : Variável que assume o valor 1 se o produto do tipo  $i$  é produzido antes do produto do tipo  $j$  começar a ser produzido (porém não obrigatoriamente  $i$  no período imediatamente antes de  $j$ ) e 0 caso contrário;

$g_{ij}$ : Variável que assume o valor 1 se os produtos do tipo  $i$  e  $j$  são produzidos na mesma máquina e utilizando o mesmo molde de extrusão, e 0 caso contrário;

$c_i$ : tempo necessário para ser completa a produção do lote do produto  $i$ ,  $c_i \in T$ ;

$a_i$ : atraso da entrega do lote do produto  $i$ ,  $a_i \geq 0$ ;

### Função Objetivo:

$$\text{Min} : \sum_{i \in I} w_i \cdot a_i \quad (\text{A1})$$

### Restrições:

$$a_i \geq c_i - l_i \quad \forall i \in N; \quad (\text{A2})$$

$$c_i \leq c_j - Q_{jk} - s_{ij} + M \cdot (2 - x_{jk\tau} - x_{jk(\tau-1)}) \quad \forall i \in N \cup N', j \in I_k : i \neq j; \quad (\text{A3})$$

$$\forall k \in K_i;$$

$$\sum_{k \in K_i} \sum_{\tau \in T} x_{ik\tau} = 1 \quad \forall i \in N \cup N'; \quad (\text{A4})$$

$$\sum_{i \in I_k} x_{ik\tau} \leq 1 \quad \forall k \in K_i, \tau \in T; \quad (\text{A5})$$

$$\sum_{i \in I_k} x_{ik\tau} \leq \sum_{i \in I_k} x_{ik(\tau-1)} \quad \forall k \in K_i, 2 \leq \tau \leq t; \quad (\text{A6})$$

$$c_i \geq (Q_{ik} + s_{0i}) \cdot x_{ik1} \quad \forall i \in N, k \in K_i; \quad (\text{A7})$$

$$c_i \geq c_j \quad \forall i \in N; \quad (\text{A8})$$

$$\text{Se } K_{ij} \neq \emptyset \text{ então } g_{ij} \geq \left\{ \sum_{\tau \in T} (x_{ik\tau} - x_{jk\tau}) \right\} + 1 \quad \forall i, j \in N_r : i \neq j, r \in F, k \in K_{ij}; \quad (\text{A9})$$

$$\text{Se } K_{ij} = \emptyset \text{ então } g_{ij} \geq 0$$

$$c_i \leq c_j - \sum_{k \in K_j} \sum_{\tau \in T} Q_{jk} \cdot x_{jk\tau} - s + M \cdot (1 - y_{ij}) \quad \forall i, j \in N_r : i \neq j, r \in F; \quad (\text{A10})$$

$$y_{ij} + y_{ji} = 1 \quad \forall i, j \in N_r : i \neq j, r \in F; \quad (\text{A11})$$

A1 minimiza o atraso total ponderado (*total weighted tardiness*) no cumprimento do programa de produção;

A2 define a variável atraso  $r_i$ ;

A3 garante que se no período  $\tau-1$  o produto  $i$  está sendo processado na máquina  $k$  e no período seguinte  $\tau$  um outro produto  $j$  está sendo processado nessa mesma máquina, então o lote total de  $i$  tem ser completo no período  $\tau-1$ ;

A4 garante que haverá apenas um lote de cada produto, e cada lote será produzido em apenas uma máquina em um único período – assume que nos dados de entrada todos os lotes são dimensionados para a capacidade de produção em um período da máquina mais lenta atribuível para cada produto;

A5 garante que as máquinas irão processar no máximo 1 lote em cada período;

A6 garante que se nenhum lote for processado para uma máquina  $k$  no período  $\tau-1$ , então nenhum lote será processado na mesma máquina no período  $\tau$  – esta restrição garante que nenhuma máquina terá período ociosos entre a produção de dois lotes quaisquer;

A7 garante que se um produto  $i$  for agendado para produção em um máquina  $k$  no primeiro período ( $\tau=1$ ), então o tempo necessário para se completar a produção do produto  $i$  será igual ao tempo de processamento desse lote na máquina em questão mais o tempo de *setup* da máquina para o produto partindo da condição de máquina vazia;

A8 garante que os tempos para completar a produção de um produto  $i$  e de seu par conjugado virtual  $j_i$  em caso de coextrusão serão os mesmos;

A9 atribui valor 1 para  $g_{ij}$  se  $i$  e  $j$  são produzidos na mesma máquina com o mesmo molde de extrusão, e atribui 0 caso contrário;

A10 garante que se  $i$  e  $j$  são produzidos com o mesmo molde de extrusão, então os lotes  $i$  e  $j$  não são produzidos no mesmo período, ainda que em máquinas diferentes;

A11 garante que se  $i$  e  $j$  são produzidos com o mesmo molde de extrusão, então ou  $i$  é processado antes de  $j$ , ou  $j$  é processado antes de  $i$ , mas não ambos.



## ANEXO B - Modelo proposto por Dastidar e Nagi (2005)

Dados de entrada:

$T$ : conjunto de períodos (dias corridos) disponíveis para execução do programa,  
 $T = \{1; 2; \dots; t\}; \tau \in T; t = |T|;$

$N$ : conjunto de lotes de produtos a serem produzidos,  $N = \{1; 2; \dots; n\}; i, j \in N; n = |N|;$

$K$ : conjunto de máquinas extrusoras disponíveis,  $K = \{1; 2; \dots; m\}; k \in K; m = |K|;$

$R$ : conjunto de recursos de máquina disponíveis,  $R = \{1; 2; \dots; r\}; r \in R; r = |R|;$

$Q_r$ : conjunto de quantidades de recursos de máquinas disponíveis  
 $Q_r = \{qr_1; qr_2; \dots; qr_l; \dots; qr_r\}; r = |Q_r|; l \in R (l = 1, 2, \dots, r);$

$d_{i\tau}$ : demanda para o produto  $i$  no período  $\tau$ ,  $d_{i\tau} \in \mathbb{I}_+;$

$q_{ik}$ : capacidade de produção da máquina  $k$  para o produto  $i$  em 1 período de tempo  
 $(\Delta\tau = 1)$ ,  $q_{ik} \in \mathbb{I}_+;$

$\rho_{ik}$ : taxa de produção do produto  $i$  na máquina  $k$ ,  $\rho_{ik} \in \mathbb{I}_+;$

$st_{jik}$ : tempo de *setup* de ferramenta (troca de molde de injeção) na máquina  $k$ ,  
quando se passa da produção do produto  $i$  para o produto  $j$ ;

$sm_{jik}$ : tempo de *setup* de material (troca do material na rosca de injeção) na máquina  
 $k$ , quando se passa da produção do produto  $i$  para o produto  $j$ ;

$sc_{jik}$ : custo de *setup* na máquina  $k$ , quando se passa da produção do produto  $i$  para  
o produto  $j$ ;

$h_i$ : penalidade por manter estoque de 1 unidade do produto  $i$ ,  $h_i \in \mathbb{I}_+;$

$w_i$  : penalidade por dia de atraso na entrega do lote  $i$ ,  $w_i \in \mathbb{R}_+$ ;

$r_{lk}$  : parâmetro binário que atribui 1 se o recurso  $l$  ( $l=1,2,\dots,r$ ) é necessário na máquina  $k$  para produzir o produto  $i$ ; e atribui 0 caso contrário;

$\pi_{ik}$  : parâmetro binário que atribui 1 se o produto  $i$  pode ser fabricado na máquina  $k$  e atribui 0 caso contrário;

### Variáveis de decisão:

$V_{jk\tau}$  : quantidade de peças do produto  $i$  fabricadas na máquina  $k$  no período  $\tau$  ( $\tau=1;2;\dots;t$ ),  $V_{jk\tau} \in \mathbb{R}_+$ ;

$I_{i\tau}$  : inventário do produto  $i$  em estoque no período  $\tau$ ,  $I_{i\tau} \in \mathbb{R}_+$ ;

$b_{i\tau}$  : atraso do produto  $i$  em relação à programação no período  $\tau$ ,  $b_{i\tau} \in \mathbb{R}_+$ ;

$x_{ik\tau}$  : Variável que assume o valor 1 se o produto do tipo  $i$  é produzido na máquina  $k$  no período  $\tau$  ( $\tau=1,2,\dots,t$ ) e 0 caso contrário;

$y_{jik\tau}$  : Variável que assume o valor 1 se o produto do tipo  $i$  é produzido imediatamente antes do produto do tipo  $j$  começar a ser produzido na máquina  $k$  no período  $\tau$  ( $\tau=1,2,\dots,t$ ), e 0 caso contrário;

### Função Objetivo:

$$\text{Min} : \sum_{i \in N} \sum_{k \in K} \sum_{\tau \in T} sc_{jik} \cdot y_{jik\tau} + \sum_{i \in N} \sum_{\tau \in T} (h_i I_{i\tau} + w_i b_{i\tau}) \quad \forall i, j \in N : i \neq j; \quad (\text{B1})$$

### Restrições:

$$I_{i\tau} - b_{i\tau} = I_{i(\tau-1)} - b_{i(\tau-1)} - d_{i\tau} + \sum_{k \in K} V_{ik\tau} \quad \forall i \in N, \tau \in T; \quad (\text{B2})$$

$$V_{ik\tau} \leq q_{ik} x_{ik\tau} - \sum_{j \in N} \rho_{ik} y_{jik\tau} (st_{jik} + sm_{jik}) \quad \forall i \in N, k \in M, \tau \in T | \pi_{ik} = 1; \quad (\text{B3})$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{k \in K} r_{lik} x_{ik\tau} \leq qr_l \quad \forall l \in R, \tau \in T | \pi_{ik} = 1; \quad (\text{B4})$$

$$\sum_{i \in N} x_{ik\tau} \leq 1 \quad \forall k \in K, \tau \in T | \pi_{ik} = 1; \quad (\text{B5})$$

$$y_{jik\tau} \geq x_{ik\tau} + x_{jk(\tau-1)} \quad \forall i, j \in N, k \in K, \tau \in T | \pi_{ik} = \pi_{jk} = 1, i \neq j; \quad (\text{B6})$$

B1 minimiza o somatório do custo total de *setup* com o custo de inventário dos produtos mais o custo de backlog de entrega;

B2 garante que o balanço de massa da quantidade em estoque será respeitado a cada período;

B3 garante que a produção de cada produto  $i$  atribuída a cada máquina  $k$  em cada período  $\tau$  será menor ou igual a capacidade produtiva da máquina para o referido produto por período descontado os tempos de *setup* de molde e de limpeza de material;

B4 garante que os recursos agendados em cada período  $\tau$  não excederão a quantidade disponível de recursos;

B5 garante que as máquinas irão processar no máximo 1 lote em cada período;

B6 garante a execução de *setup* quando um produto deixa de ser produzido em uma máquina para outro produto ser produzido no período seguinte;